





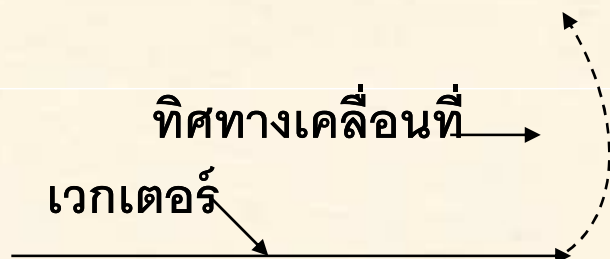
สมองซีกซ้าย		สมองซีกขวา
<ul style="list-style-type: none"> • ทำหน้าที่วิเคราะห์ • การคิดเป็นเหตุเป็นผล • การรับรู้เรื่องภาษา 	<p>หน้าที่ ความแตกต่าง</p> 	<ul style="list-style-type: none"> • ควบคุมอารมณ์ • การจินตนาการ • ความคิดสร้างสรรค์
<ul style="list-style-type: none"> • การคิดเป็นเหตุเป็นผล และเป็นขั้นตอน • ทำความเข้าใจ และจดจำ • รับข้อมูลที่ละเอียด และรับเป็นขั้นตอน เรียงตามลำดับ • รับข้อมูลที่ละเอียด 	<p>เวลาอ่านหนังสือ</p> 	<ul style="list-style-type: none"> • การคิดไม่เป็นขั้นตอน • การทำความเข้าใจ และจดจำ • การรับข้อมูลที่ละมวกๆ ใน 1 ครั้ง • การรับข้อมูลอย่างรวดเร็ว
<ul style="list-style-type: none"> • ความสามารถในการคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล • ความสามารถในการคำนวณ • ความสามารถในการวิเคราะห์ 	<p>เวลาทำงาน</p> 	<ul style="list-style-type: none"> • ความสามารถในการวางแผน • ความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ • ความสามารถในการมองการไกล



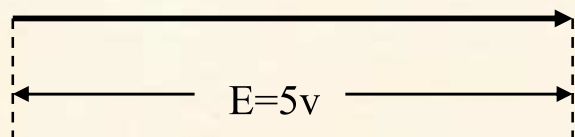
เฟสและเฟสเซอร์

เวกเตอร์

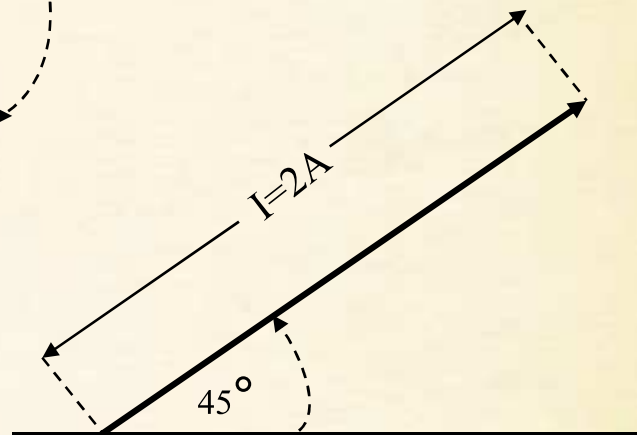
สัญลักษณ์ที่ใช้แทนปริมาณไฟฟ้าด้วยหัวลูกศร ความยาวของลูกศรและทิศทางที่เกิด สามารถนำไปใช้แทนได้ทั้งขนาด กำลัง และทิศทางที่เกิดของแรงดัน กระแส และกำลังงานไฟฟ้า



(ก) สัญลักษณ์



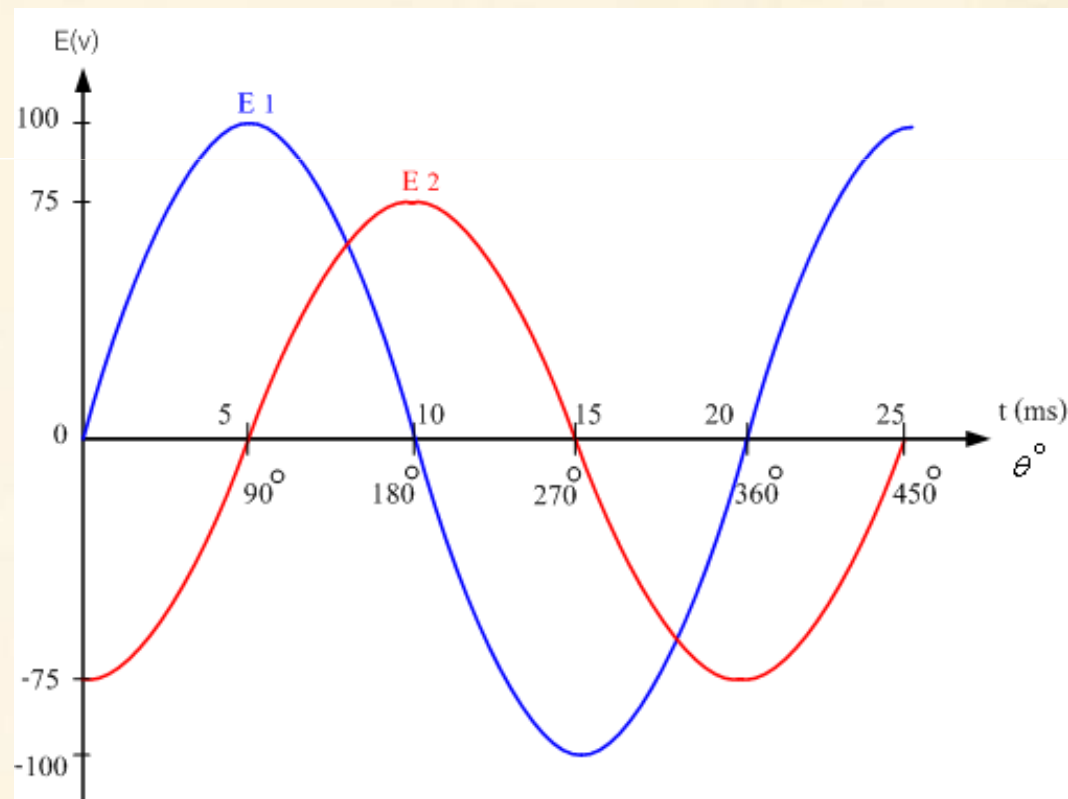
(ข) ขนาดแรงดัน



(ค) ขนาดและทิศทางกระแส

เฟส (Phase)

คือ ความแตกต่างกันของเวลาหรือมุมที่เกิดสัญญาณไฟฟ้า
กระแสลับขึ้นมามากกว่าหนึ่งสัญญาณ เรียกมุมที่แตกต่าง
กันว่ามุมเฟส (**Phase Angle**)



เฟส (Phase)

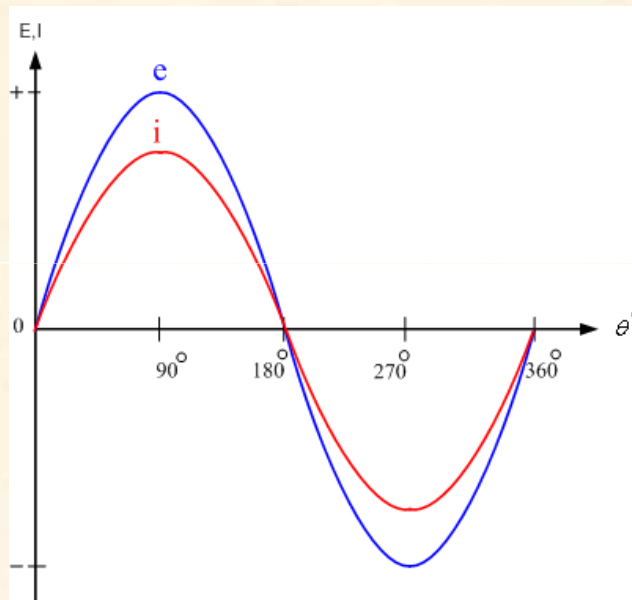
เป็นคลื่นไซน์ 2 สัญญาณมีเฟสต่างกัน 90° แรงดันทั้งสองมีความถี่ 50 Hz แรงดัน E1 มีระดับแรงดัน 100V เกิดขึ้นที่เฟสปกติ 0° หรือเวลา 0 ms แรงดัน E2 มีระดับแรงดัน 75V เกิดขึ้นช้ากว่าแรงดัน E1 เป็นมุม 90° หรือเวลาต่างกัน 5 ms ระดับแรงดันของ E1 และ E2 มีค่าแรงดันสูงสุดในเวลาที่แตกต่างกันอยู่ 5 ms เสมอ

การพิจารณาเฟสของสัญญาณไฟฟ้ากระแสสลับ ต้องพิจารณาจากปริมาณไฟฟ้าที่มีความถี่เดียวกัน จึงสามารถเปรียบเทียบเฟสกันได้ ถ้าหากมีความถี่ไม่เท่ากัน มีชื่อเรียกเฟสในลักษณะต่าง ๆ แตกต่างกันไป

ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณไฟฟ้าที่เปรียบเทียบกับเฟสที่เกิดขึ้นแตกต่างกัน ถ้าหากเป็นเฟสนำหน้า(Leading Phase) จะถูกแทนด้วยเครื่องหมายบวก (+) และถ้าหากเป็นเฟสล่าช้า(Lagging Phase) จะถูกแทนด้วยเครื่องหมายลบ (-)

เฟสเหมือนกัน

คือ รูปคลื่นไฟฟ้ากระแสสลับสองสัญญาณเกิดขึ้นพร้อมกัน ซ้อนทับกันพอดี คลื่นสัญญาณทั้งสองจะมีความแรงเท่ากันหรือต่างกันได้ แต่ต้องมีทิศทางารเกิดคลื่นเหมือนกัน

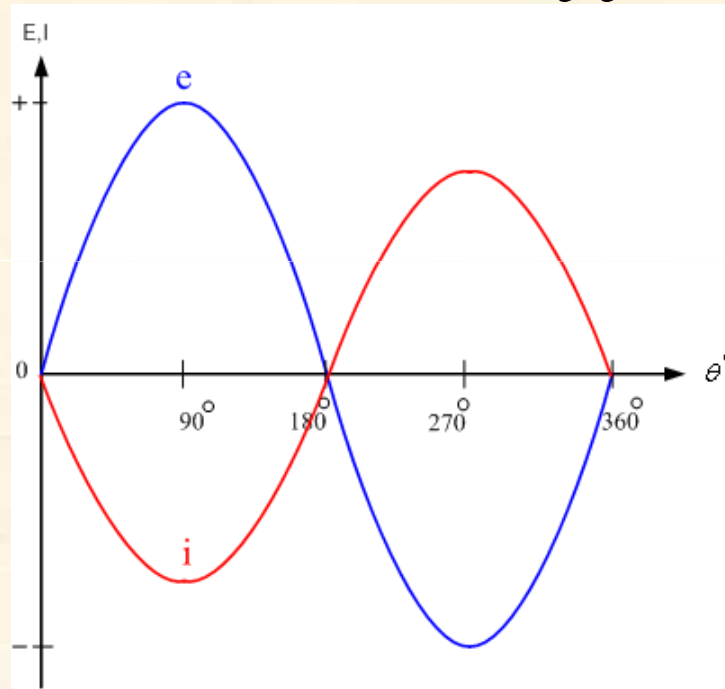


เป็นรูปคลื่นไซน์ของแรงดัน e และกระแส i มีเฟสเหมือนกัน คือ เริ่มเกิดคลื่นไซน์ที่ตำแหน่ง 0° เหมือนกัน สามารถเขียนสมการแรงดันและกระแสออกมาได้ดังนี้

$$\begin{aligned} e &= E_m \sin \omega t \\ i &= I_m \sin \omega t \end{aligned}$$

เฟสตรงข้ามกัน

คือ รูปคลื่นไฟฟ้ากระแสสลับสองสัญญาณเกิดขึ้นพร้อมกัน
ซ้อนทับกันพอดี คลื่นสัญญาณทั้งสองจะมีความแรงเท่ากันหรือต่างกันก็ได้
แต่ต้องมีทิศทางการเกิดคลื่นตรงข้ามกัน เช่น สัญญาณที่ 1 เริ่มต้นเกิดคลื่น
บวก สัญญาณที่ 2 ต้องเริ่มต้นเกิดคลื่นลบ สัญญาณทั้งสองมีมุมเฟสต่างกัน
 180° หรือ π rad

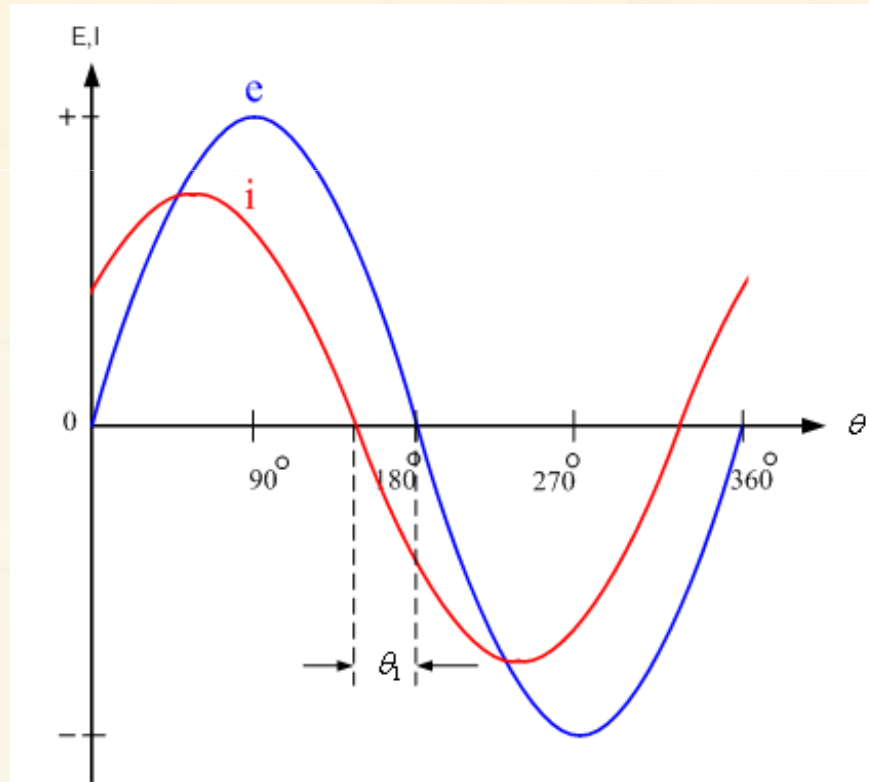


เป็นรูปคลื่นไซน์ของแรงดัน e และกระแส i มีเฟสตรงกันข้าม สามารถเขียน
สมการแรงดันและกระแสออกมาได้ดังนี้

$$\begin{aligned} e &= E_m \sin \omega t \\ i &= -I_m \sin \omega t \end{aligned}$$

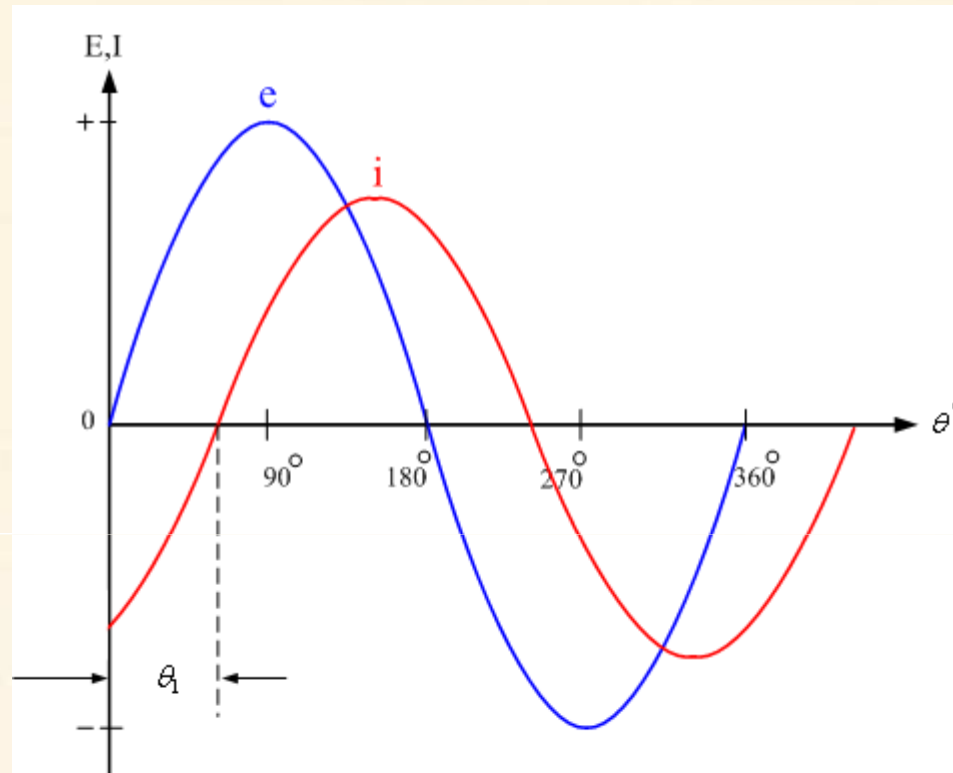
เฟสเลื่อน

คือ รูปคลื่นไฟฟ้ากระแสสลับสองสัญญาณเกิดขึ้นในเวลาไม่พร้อมกัน คลื่นสัญญาณทั้งสองจะมีความแรงเท่ากันหรือต่างกันก็ได้ แต่ต้องมีเวลาการเกิดคลื่นไม่พร้อมกัน สัญญาณทั้งสองมีมุมเฟสต่างกันมากกว่า 0° แต่น้อยกว่า 180° เฟสเลื่อนมี 2 ลักษณะคือ เฟสเลื่อนแบบนำหน้าและเฟสเลื่อนแบบล่าหลัง ลักษณะรูปคลื่นไฟฟ้ากระแสสลับมีเฟสเลื่อน



(ก) เฟสเลื่อนนำหน้า

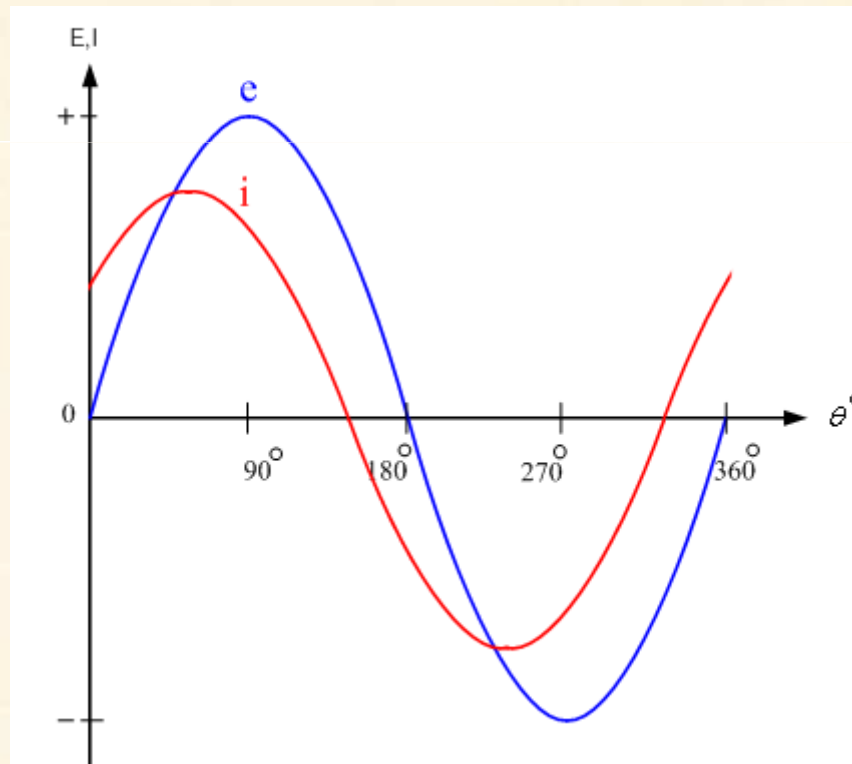
เฟสเลื่อน



(ข) เฟสเลื่อนล้ำหลัง

ตัวอย่าง 3.1

ถ้ากระแส i นำหน้าแรงดัน e เป็น 25° สัญญาณมีความถี่ 50 Hz
ค่ากระแสสูงสุดในวงจร 15 A จงคำนวณหาค่ากระแสชั่วขณะ
เวลา 8 ms



วิธีทำ ค่ากระแส i นำหน้าแรงดัน e เป็นมุม 25° เขียนเป็นสมการกระแสชั่วขณะได้

$$i = I_m \sin(\omega t + \theta_1)$$

$$= 15 \sin(\omega t + 25^\circ)$$

ค่า $\omega t = 2\pi ft$

แทนค่า $\omega t = 2\pi \times 50 \text{ Hz} \times 8 \times 10^{-3} \text{ s} = 2.513 \text{ rad}$

ค่า $2\pi \text{ rad} = 360^\circ$

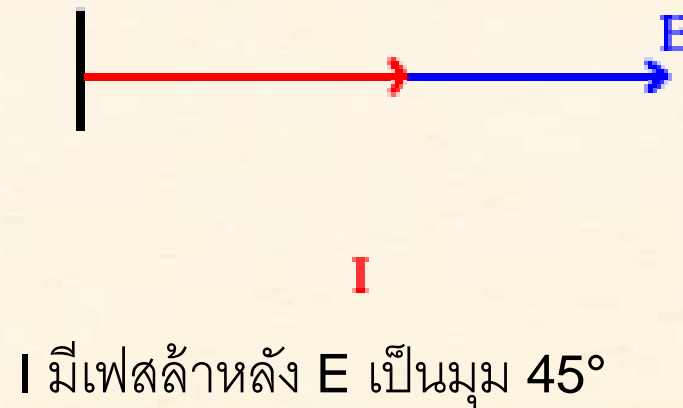
$$2.513 \text{ rad} = \frac{360^\circ \times 2.513 \text{ rad}}{2\pi \text{ rad}} = 144^\circ$$

นำมุม 144° แทนค่า

$$\begin{aligned} i &= 15 \sin(144^\circ + 25^\circ) \\ &= 15 \sin 169^\circ \\ &= 15 (0.1908) \\ i &= 2.862 \text{ A} \end{aligned}$$

เฟสเซอร์ไดอะแกรม

เฟสเซอร์ไดอะแกรม (Phasors Diagram) หรือแผนภาพเฟสเซอร์ เป็นการใช่วекเตอร์เพื่อเขียนแทนสัญญาณไฟฟ้ากระแสสลับ ที่มีขนาดคงที่และความเร็วเชิงมุมคงที่ เส้นตรงและหัวลูกศรหนึ่งเส้นแทนปริมาณไฟฟ้าหนึ่งสัญญาณ



วิธีการเขียนเฟสเซอร์ไดอะแกรม

1. กำหนดแกนอ้างอิง โดยทั่วไปจะใช้เส้นตรงแนวแกนนอนเป็นแกนอ้างอิง

2. กำหนดความยาวของเส้นตรงเฟสเซอร์ จะต้องให้มีขนาด

พอเหมาะกับหน้ากระดาษโดยปกติความยาวของเส้นตรงเฟสเซอร์

แรงดันจะใช้สเกลแยกกันกับความยาวเส้นตรงเฟสเซอร์กระแส

เนื่องจากแรงดันกับกระแสมีหน่วยวัดไม่เหมือนกัน เช่น แรงดัน

เท่ากับ $100V$ ส่วนกระแสมีค่าเท่ากับ $2 A$ ดังนั้นถ้าใช้สเกล

เดียวกันจะทำให้เส้นตรงเฟสเซอร์กระแส มีขนาดความยาวเพียง

เล็กน้อยเมื่อเทียบกับเส้นตรงเฟสเซอร์แรงดันซึ่งไม่เหมาะสมกัน

3. วัดขนาดมุมเฟสของวงจรไฟฟ้า หมายถึง จะต้องวัดขนาดมุม

ระหว่างแรงดันกับกระแสให้ถูกต้องหรือกะระยะให้เหมาะสมและ

เขียนหัวลูกศรที่ปลายสุดของเส้นตรงเฟสเซอร์ทุกเส้น

วิธีการเขียนเฟสเซอร์ไดอะแกรม

4. เขียนขนาดมุมเฟส จะต้องเขียนมุมเฟสกำกับไว้ทุกครั้ง โดยอ้างอิงกับแกนอ้างอิง หรือระหว่างเส้นตรงเฟสเซอร์ที่อยู่ใกล้กัน ยกเว้น

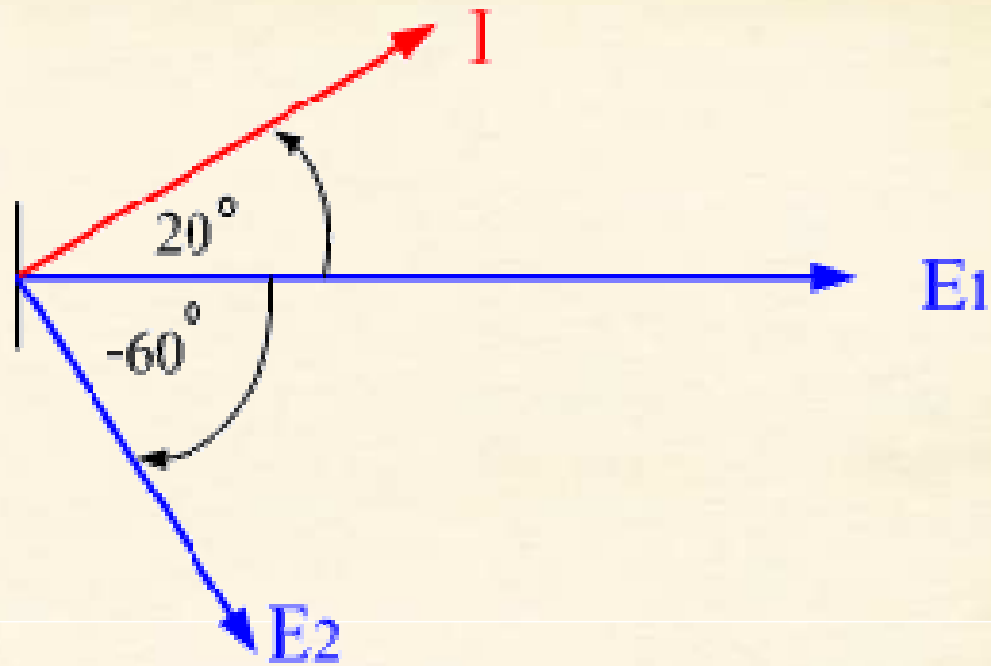
ก. ไม่ต้องบอกขนาดมุมเฟส เมื่อมุมเฟสเท่ากับศูนย์ (Inphase)

ข. ไม่ต้องบอกขนาดมุมเฟส เมื่อเส้นตรงเฟสเซอร์อยู่ตรงข้ามกับแกนอ้างอิง หรือตั้งฉากกับแกนอ้างอิง 90 องศาหรือ 270 องศา

5. กำหนดเครื่องหมายบวกหรือลบระหว่างเส้นตรงเฟสเซอร์ จะกำหนดเพื่อบอกให้ทราบว่าเฟสนำหน้า (Leading Phase) หรือล่าช้า (Lagging Phase) มีข้อกำหนด ดังนี้

5.1 จะถือว่าเฟสนำหน้าและมีทิศทางเป็นบวก เมื่อพิจารณาทิศทางทวนเข็มนาฬิกา

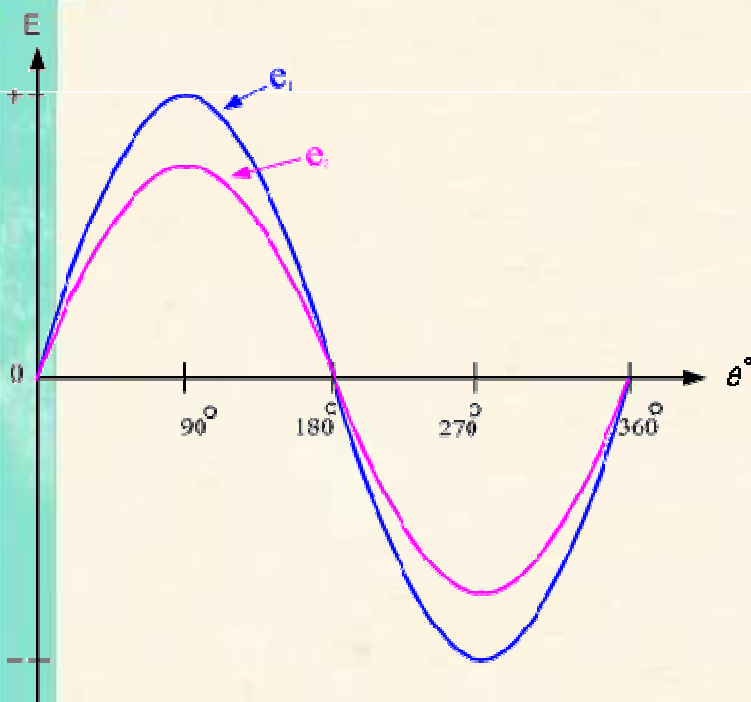
5.2 จะถือว่าเฟสล่าช้าและมีทิศทางเป็นลบเมื่อพิจารณาทิศทางตามเข็มนาฬิกา



(ง) I มีเฟสนำหน้า E_1 เป็นมุม 20° และ E_2 มีเฟสล้าหลัง E_1 เป็นมุม 60°

ตัวอย่าง 3.2

รูปคลื่นสัญญาณไซน์ 2 สัญญาณเกิดขึ้น มีเฟสในลักษณะต่างๆ จงเขียนให้อยู่ในรูปเฟสเซอร์ไดอะแกรม



สมการของแรงดันไฟฟ้าชั่วขณะและ

กระแสไฟฟ้าชั่วขณะ คือ

$$e = E_m \sin(\omega t + 0) = E_m \sin \omega t$$

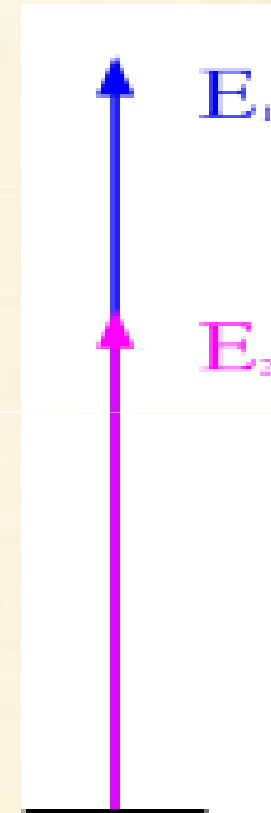
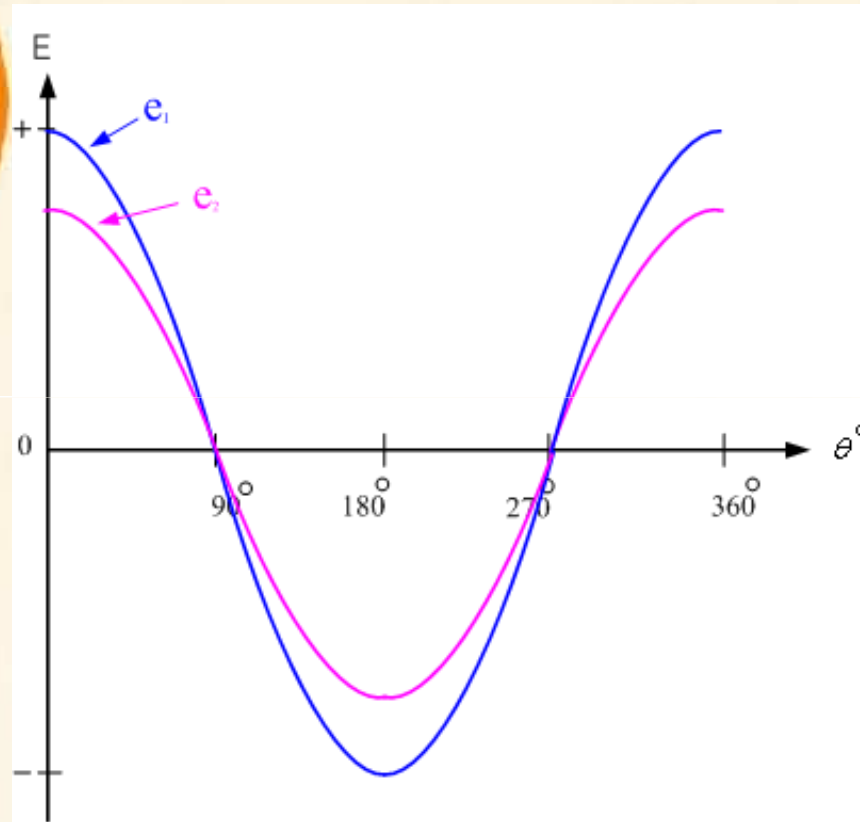
$$i = I_m \sin(\omega t + 0) = I_m \sin \omega t$$

สมการเฟสเซอร์ คือ

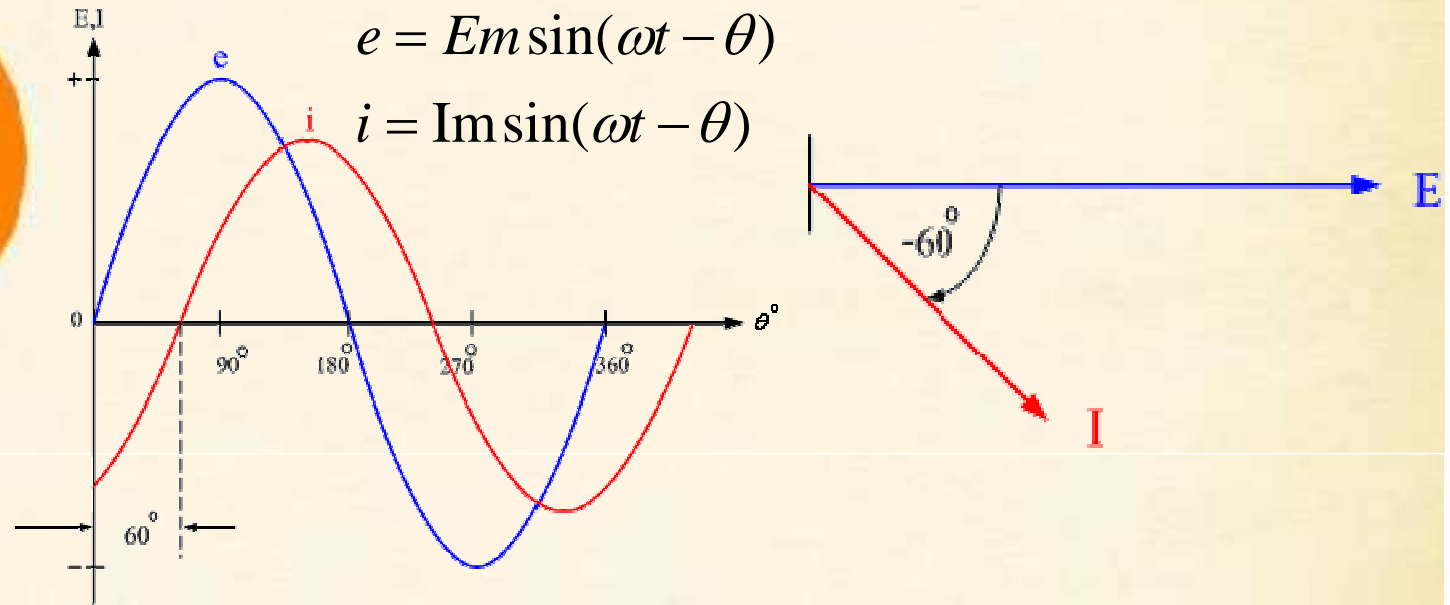
$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ$$

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ$$

ตัวอย่าง 3.2 ต่อ



ตัวอย่าง 3.2 ต่อ



สมการของแรงดันไฟฟ้าชั่วขณะและกระแสไฟฟ้าชั่วขณะ คือ

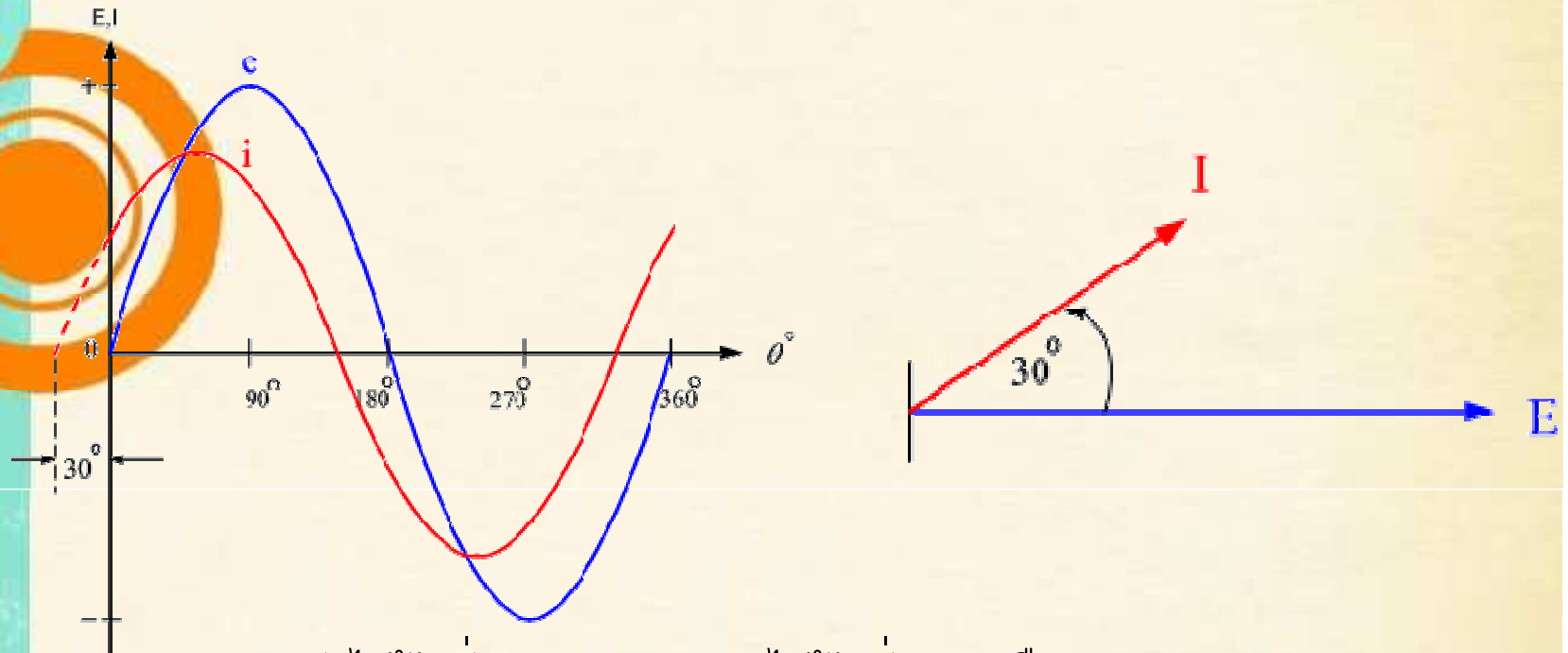
$$e = E_m \sin(\omega t - \theta)$$

$$i = I_m \sin(\omega t - \theta)$$

สมการเฟสเซอร์ คือ $E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \angle -\theta^\circ = E \angle -\theta^\circ$

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \angle -\theta^\circ = I \angle -\theta^\circ$$

ตัวอย่าง 3.2 ต่อ



สมการของแรงดันไฟฟ้าชั่วขณะและกระแสไฟฟ้าชั่วขณะ คือ

$$e = E_m \sin(\omega t + \theta)$$

$$i = I_m \sin(\omega t + \theta)$$

สมการเฟสเซอร์ คือ $E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \angle \theta^\circ = E \angle \theta^\circ$

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \angle \theta^\circ = I \angle \theta^\circ$$

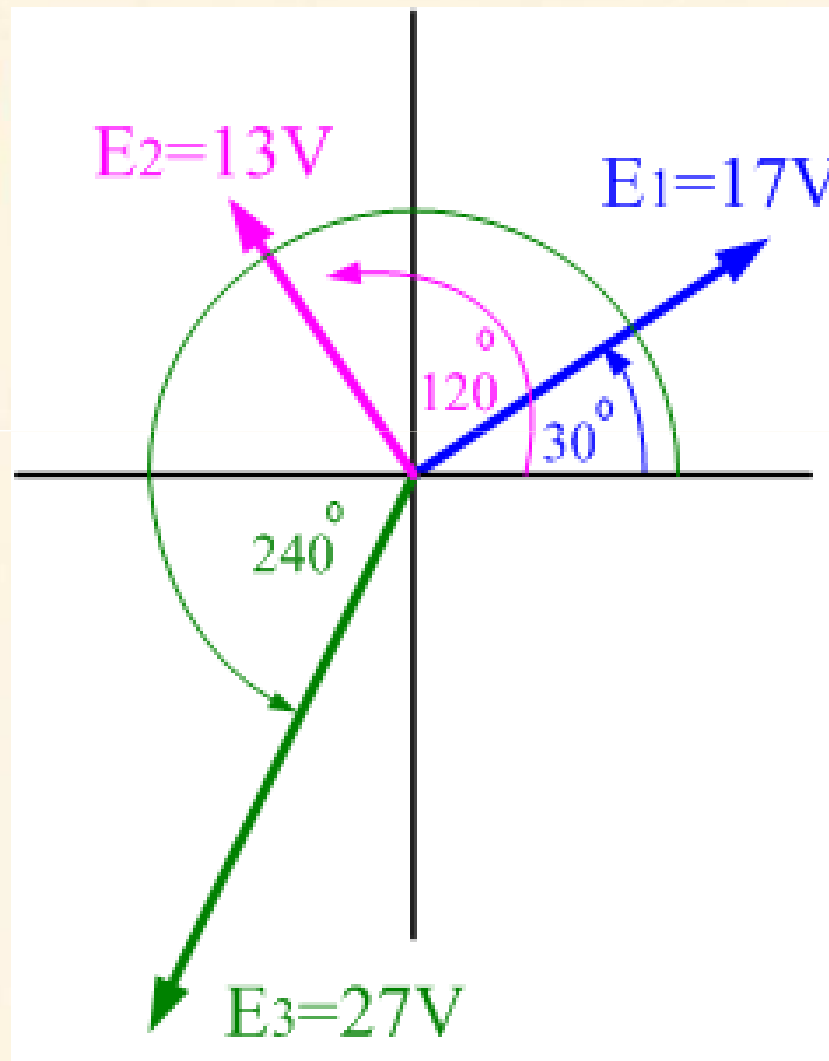
การรวมเวกเตอร์

เวกเตอร์ที่เขียนขึ้นมาในรูปเฟสเซอร์ไดอะแกรมสามารถนำมารวมกันได้ การหาขนาดและทิศทางผลลัพธ์ของเวกเตอร์ ทำได้ 3 วิธี คือ ใช้วิธีต่อเวกเตอร์ ใช้สี่เหลี่ยมด้านขนานรวมเวกเตอร์และใช้วิธีแตกเวกเตอร์

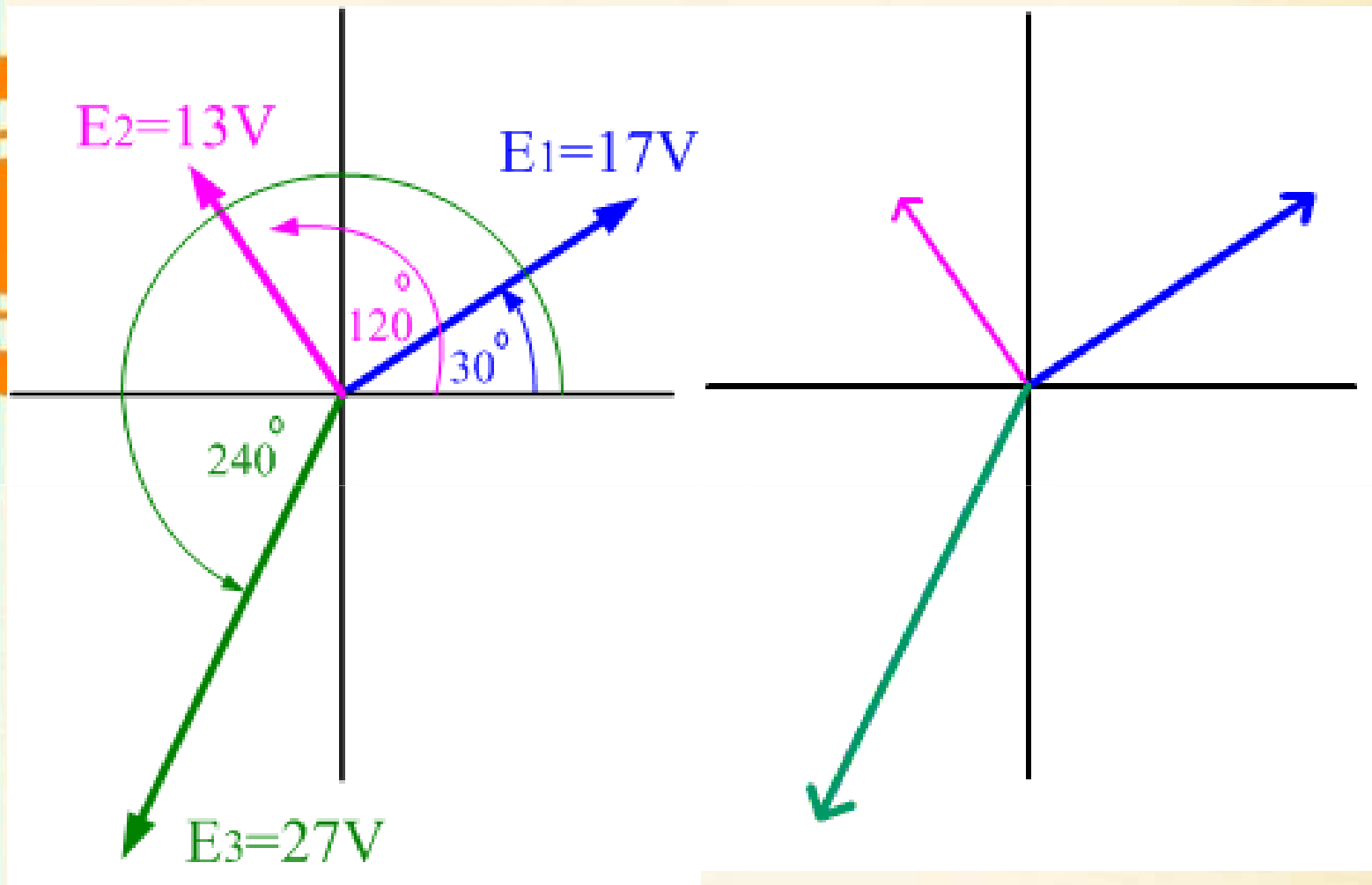
วิธีต่อเวกเตอร์

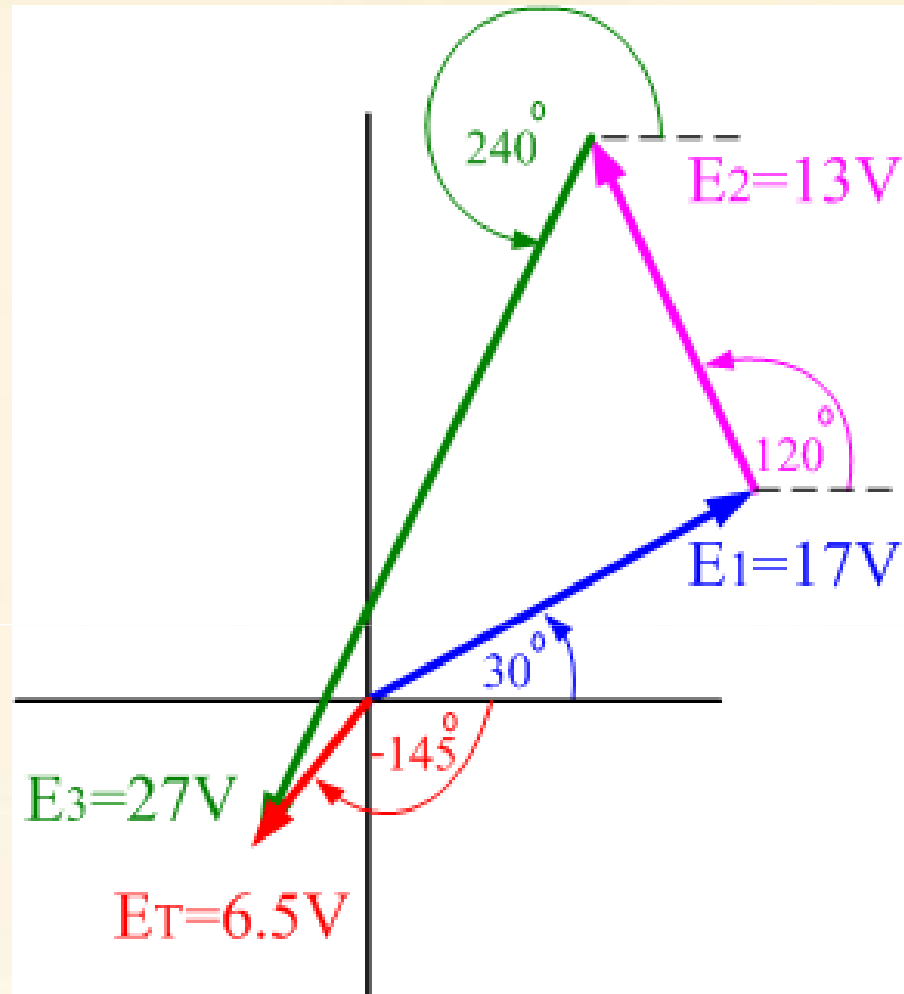
เป็นวิธีการนำปริมาณไฟฟ้าในรูปเวกเตอร์แต่ละสัญญาณเขียนต่อกันไป โดยเขียนให้ขนาดและทิศทางที่ถูกต้องของแต่ละเวกเตอร์ต่อเรียงตามลำดับกันไป จากตัวแรกของเวกเตอร์ไปจนถึงตัวสุดท้าย ลากผลลัพธ์เวกเตอร์จากต้นเวกเตอร์ตัวแรกไปหาปลายของเวกเตอร์ตัวสุดท้าย ค่าที่ได้คือเวกเตอร์ผลลัพธ์ ความยาวแทนขนาดของเวกเตอร์ มุมแทนเฟสของเวกเตอร์

ตัวอย่างที่ 3.3 เฟสเซอร์ไดอะแกรมของสัญญาณ 3 สัญญาณ มีขนาดและทิศทางเกิดขึ้น แสดงดังรูปที่ 3.9 จงหาเวกเตอร์ผลลัพธ์ทั้งขนาดและทิศทาง โดยวิธีต่อเวกเตอร์



ตัวอย่างที่ 3.3

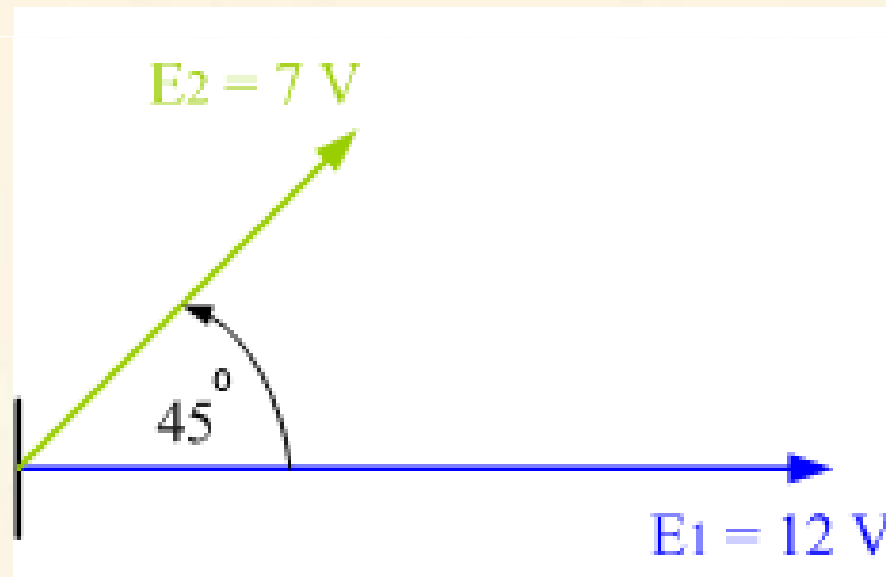




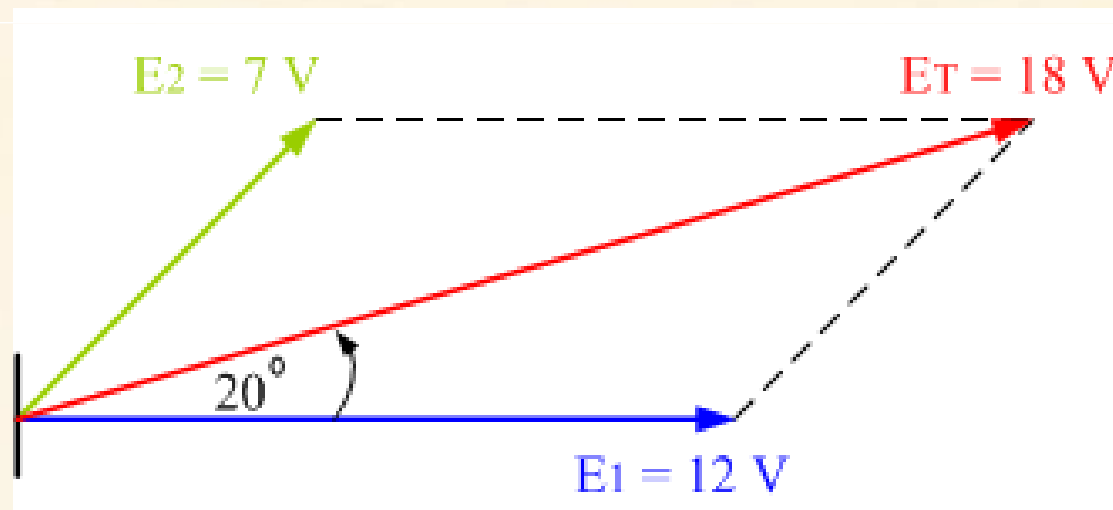
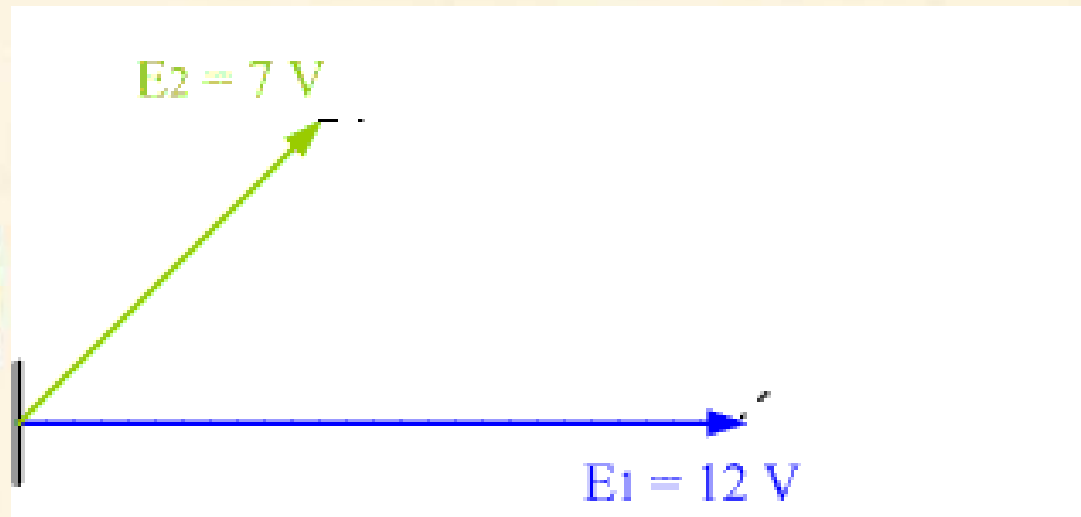
ผลรวมของเวกเตอร์จะได้ขนาดและทิศทางของเวกเตอร์ผลลัพธ์เป็นแรงดันรวม
 $E_T = 6.5 V$ และ มุมเฟส $\theta_T = -145^\circ$

วิธีใช้สี่เหลี่ยมด้านขนานรวมเวกเตอร์

เป็นวิธีการนำปริมาณไฟฟ้าในรูปเวกเตอร์ครึ่งหนึ่งคู่มารวมกัน โดยสร้างสี่เหลี่ยมด้านขนานจากปลายของเวกเตอร์ทั้งสอง จุดตัดของเส้นขนานที่สร้างเป็นจุดรับเวกเตอร์ผลลัพธ์ ลากจุดเริ่มต้นเวกเตอร์ไปยังจุดตัดเส้นขนานขนาดและทิศทางของเวกเตอร์ผลลัพธ์ที่ได้คือผลรวมเวกเตอร์ทั้งสอง นำผลลัพธ์เวกเตอร์ที่ได้ไปสร้างสี่เหลี่ยมใหม่กับเวกเตอร์อีกค่าหนึ่ง ทำเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนหมด ผลลัพธ์สุดท้ายของเวกเตอร์ คือผลรวมของสัญญาณทั้งหมด



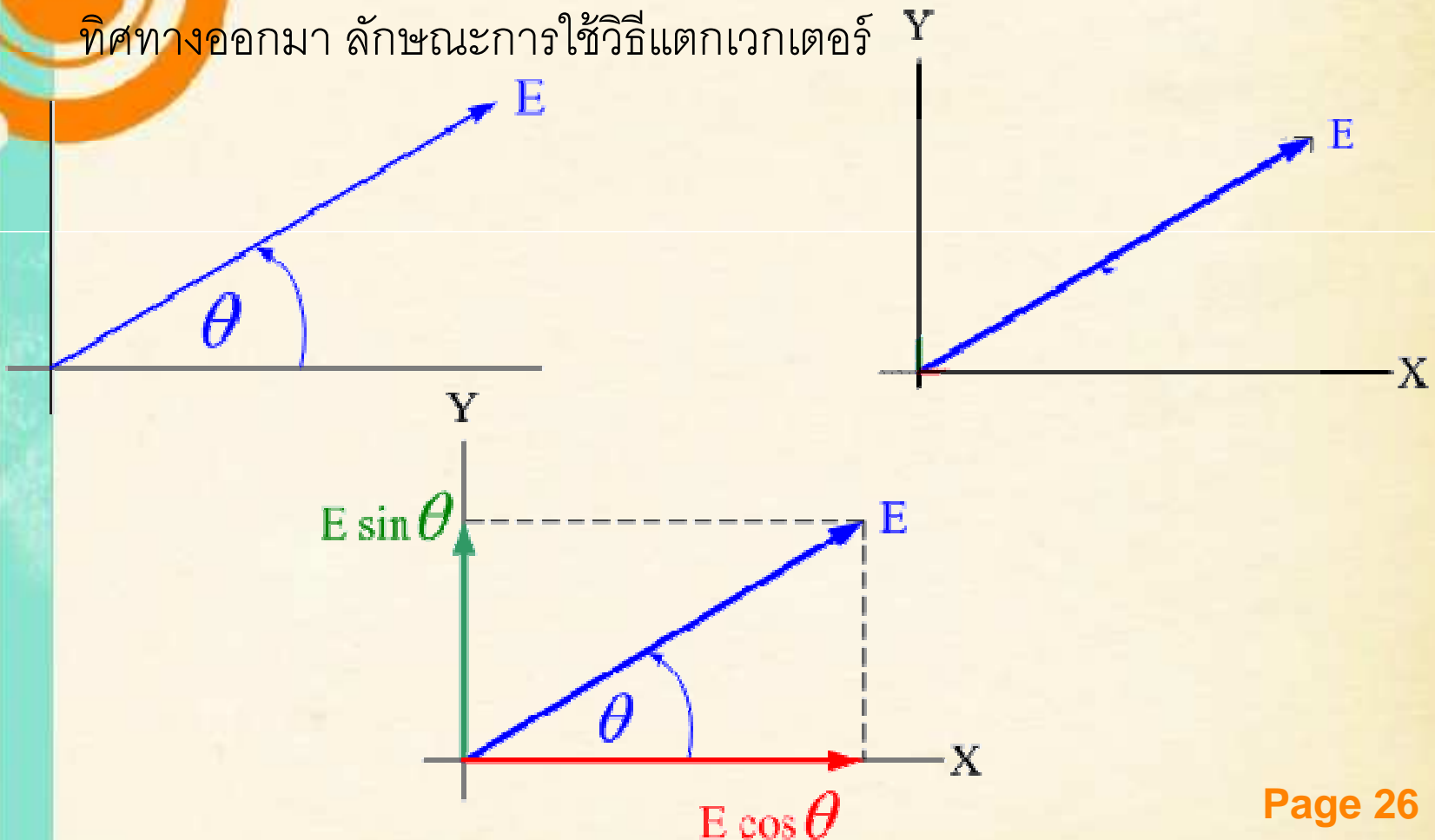
วิธีใช้สี่เหลี่ยมด้านขนานรวมเวกเตอร์ ต่อ



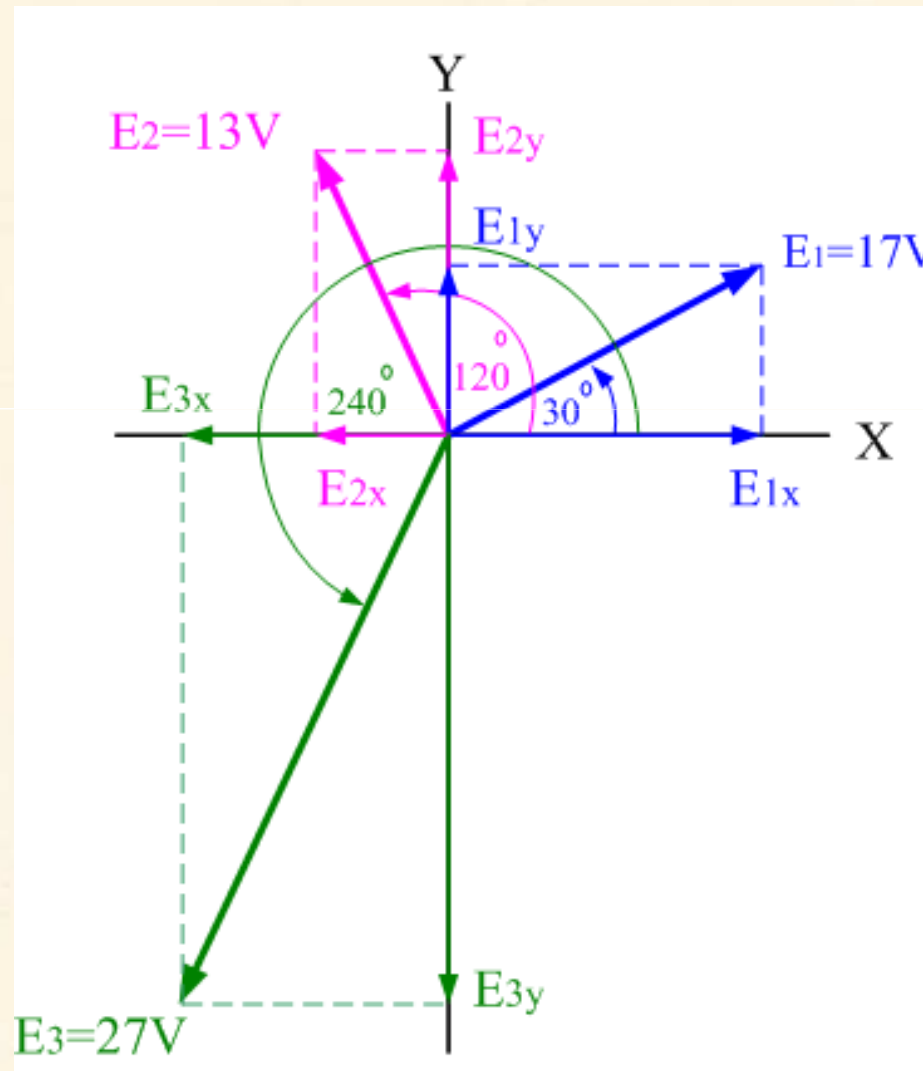
(ข) หาผลรวมเวกเตอร์

วิธีแตกเวกเตอร์

เป็นวิธีการนำปริมาณไฟฟ้าในรูปเวกเตอร์แต่ละสัญญาณมาแตกเวกเตอร์ออกให้อยู่ในแนวแกน x และแกน y ด้วยการหาขนาดและทิศทางของเวกเตอร์ผลลัพธ์ โดยใช้ตรีโกณมิติ นำเวกเตอร์ผลลัพธ์ในแนวแกน x และแกน y แต่ละสัญญาณมารวมกัน จะได้เวกเตอร์ผลลัพธ์สุดท้าย หาขนาดและทิศทางออกมา ลักษณะการใช้วิธีแตกเวกเตอร์



ตัวอย่างที่ 3.5 เฟสเซอร์ไดอะแกรมของสัญญาณ 3 สัญญาณ
จงหาเวกเตอร์ผลลัพธ์ทั้งขนาดและทิศทาง ใช้วิธีแตก
เวกเตอร์



วิธีทำ 1) แยกเวกเตอร์ E_1 ให้เป็น E_{1x} , E_{1y}

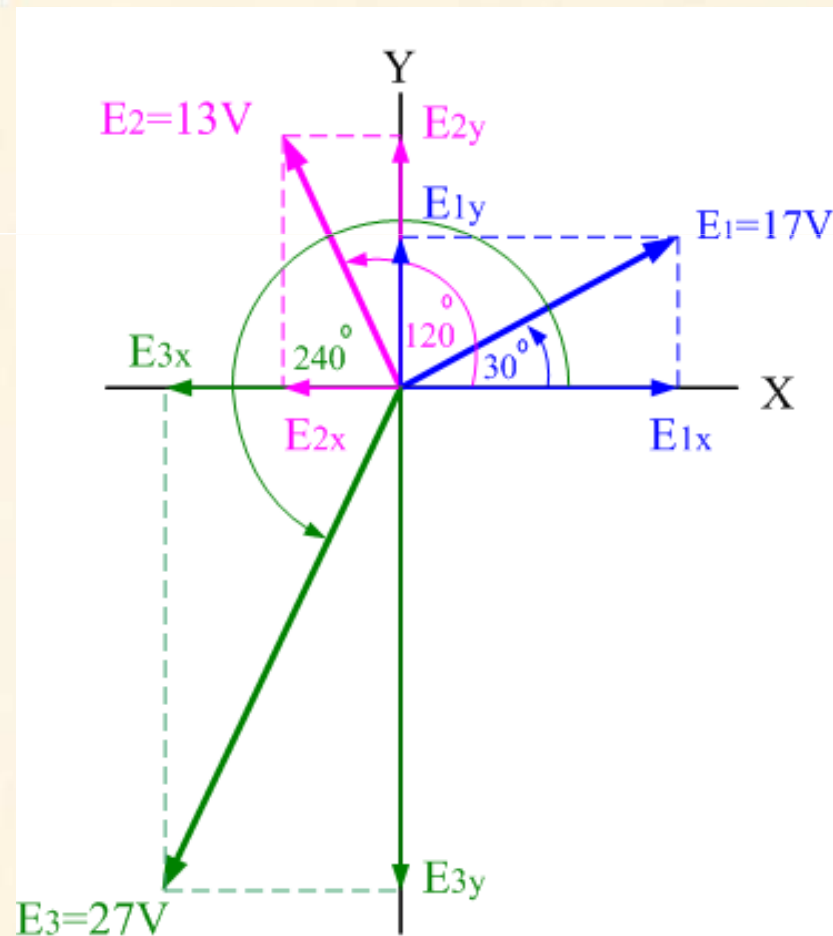
2) แยกเวกเตอร์ E_2 ให้เป็น E_{2x} , E_{2y}

3) แยกเวกเตอร์ E_3 ให้เป็น E_{3x} , E_{3y}

4) หาผลรวมของเวกเตอร์บนแกน x (Σx) และหาผลรวมของเวกเตอร์บนแกน y (Σy)

5) หาขนาดและทิศทางของเวกเตอร์ผลลัพธ์ E_T ด้วยตรีโกณมิติ

6) เขียนเฟสเซอร์ไดอะแกรมได้



จากรูป (ก)

$$E1x = E1 \cos 30^\circ = 17 \cos 30^\circ = 17 \times 0.866 = 14.72 \text{ V}$$

$$E1y = E1 \sin 30^\circ = 17 \sin 30^\circ = 17 \times 0.5 = 8.5 \text{ V}$$

$$E2x = E2 \cos 60^\circ = 13 \cos 60^\circ = 13 \times 0.5 = 6.5 \text{ V}$$

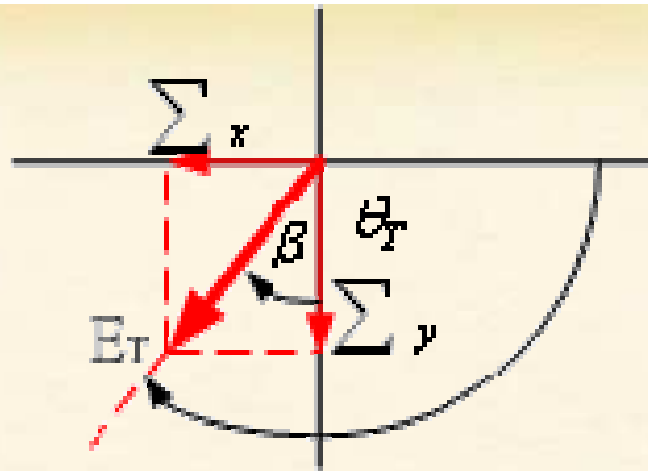
$$E2y = E2 \sin 60^\circ = 13 \sin 60^\circ = 13 \times 0.866 = 11.26 \text{ V}$$

$$E3x = E3 \cos 60^\circ = 27 \cos 60^\circ = 27 \times 0.5 = 13.5 \text{ V}$$

$$E3y = E3 \sin 60^\circ = 27 \sin 60^\circ = 27 \times 0.866 = 23.38 \text{ V}$$

$$\begin{aligned} \Sigma x &= (E2x + E3x) - E1x \\ &= (6.5 + 13.5) - 14.42 = 5.28 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma y &= E3y - (E1y + E2y) \\ &= 23.38 - (8.5 + 11.26) = 3.62 \end{aligned}$$



(ข) หาเวกเตอร์ผลลัพธ์ E_T

จากรูป (ข)

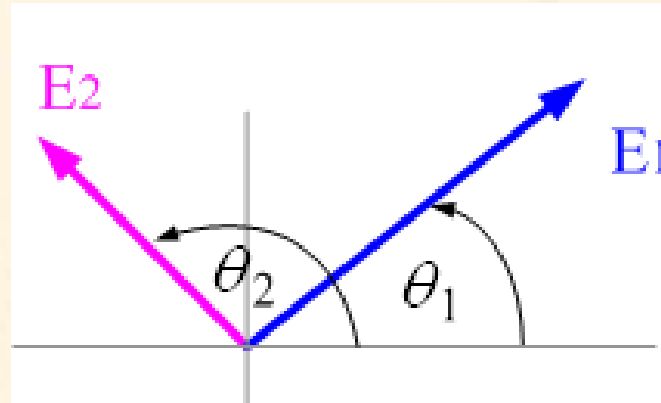
$$E_T = \sqrt{(\Sigma_x)^2 + (\Sigma_y)^2} = \sqrt{(5.28)^2 + (3.62)^2} = 6.4 \text{ V}$$

$$\beta = \tan^{-1} \frac{\Sigma_x}{\Sigma_y} = \tan^{-1} \frac{5.28}{3.62} = 55.57^\circ$$

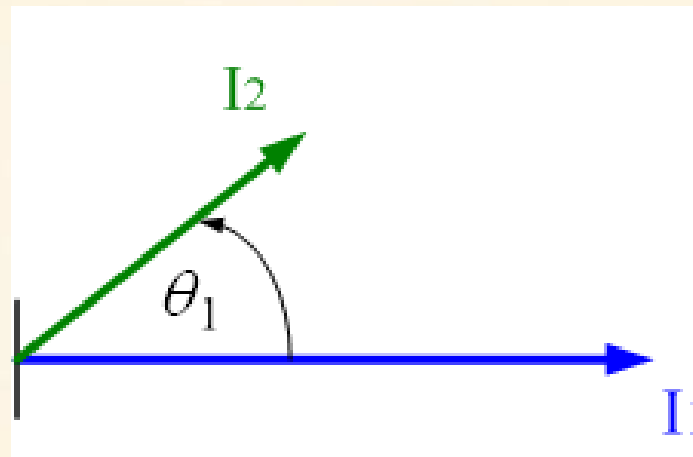
$$\theta_T = -(90^\circ + \beta) = -(90^\circ + 55.57^\circ) = -145.57^\circ$$

แบบฝึกหัด

1. จงแสดงวิธีการหาเวกเตอร์ผลลัพธ์โดยวิธีต่อเวกเตอร์

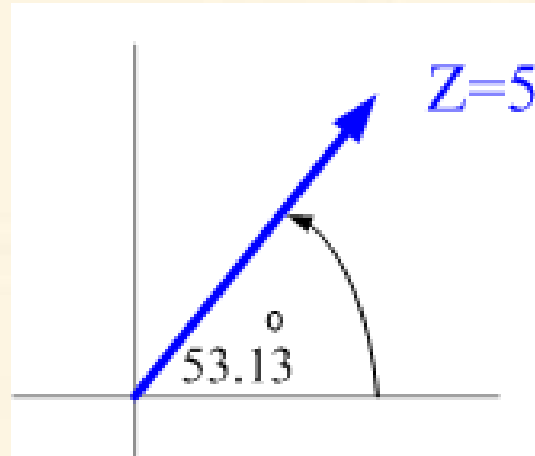


2. จงแสดงวิธีการหาเวกเตอร์ผลลัพธ์โดยวิธีสี่เหลี่ยมด้านขนาน

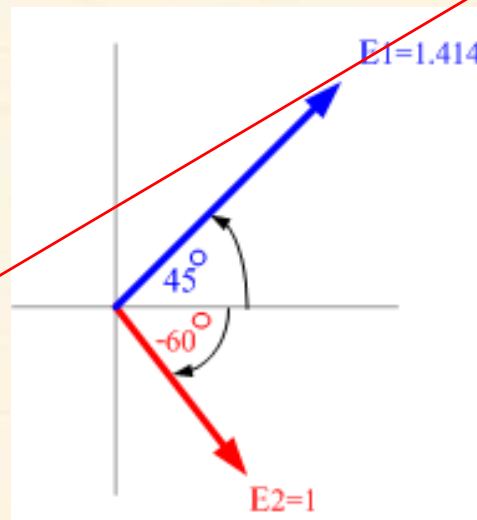


แบบฝึกหัด

3. แสดงการแตกเวกเตอร์ Z



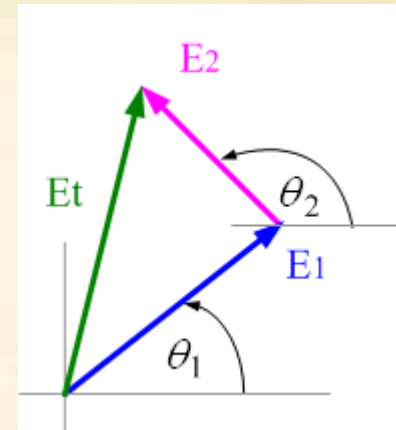
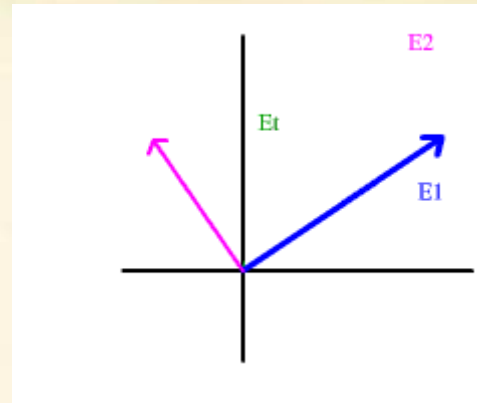
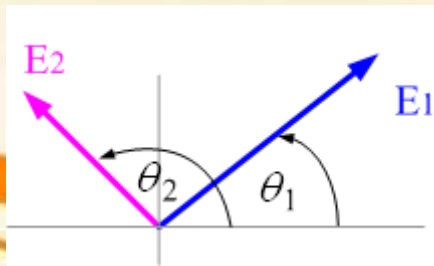
4. จงแสดงวิธีการหาเวกเตอร์ผลลัพธ์โดยวิธีแตกเวกเตอร์



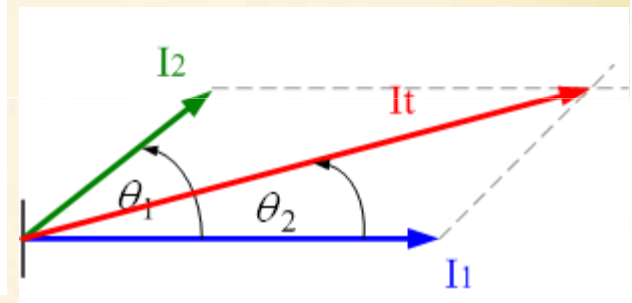
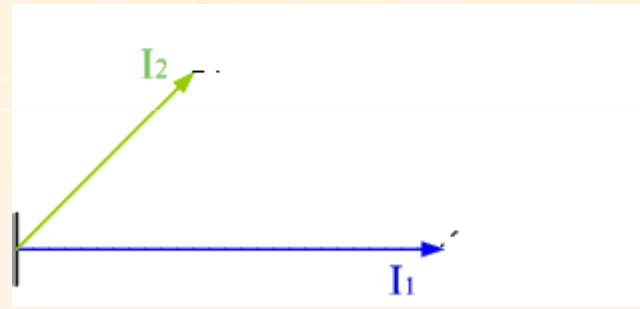
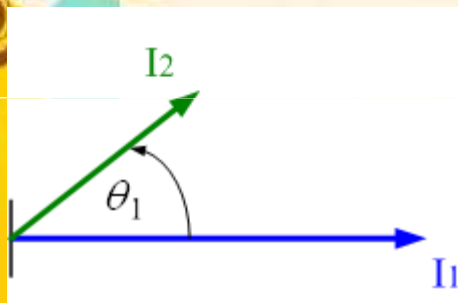
แบบฝึกหัดต่อ

4. ถ้าแรงดัน V_1 อินเฟสกับกระแส I และแรงดัน V_2 ล้าหลังกระแส I อยู่เป็นมุม 30° จงเขียนเฟสเซอร์ไดอะแกรมแสดงความสัมพันธ์ ระหว่างกระแส I กับแรงดัน V_1 และ V_2
5. ถ้าแรงดัน V_1 นำหน้ากระแส I ไปเป็นมุม 20° และแรงดัน V_2 นำหน้ากระแส I ไปเป็นมุม 17.5° จงเขียนเฟสเซอร์ไดอะแกรมแสดงความสัมพันธ์ ระหว่างกระแส I กับแรงดัน V_1 และ V_2
6. ถ้าแรงดัน V_1 ล้าหลังกระแส I ไปเป็นมุม 45° แรงดัน V_2 นำหน้ากระแส I ไปเป็นมุม 65° และแรงดัน V_3 นำหน้ากระแส I ไปเป็นมุม 20° จงเขียนเฟสเซอร์ไดอะแกรมแสดงความสัมพันธ์ ระหว่างกระแส I กับแรงดัน V_1 , V_2 และ V_3

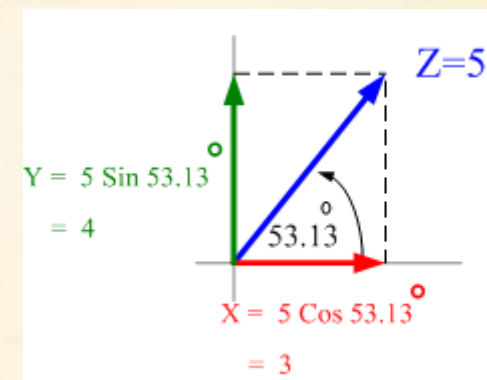
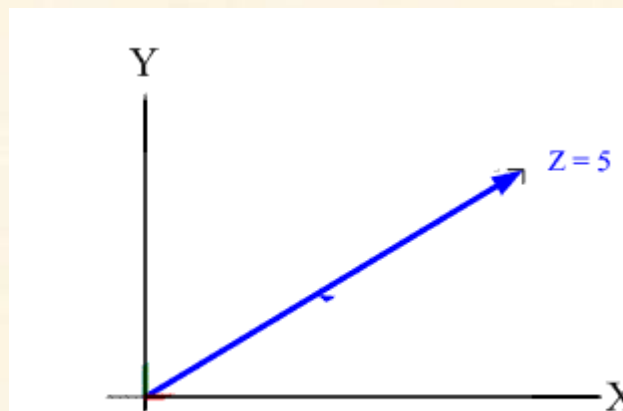
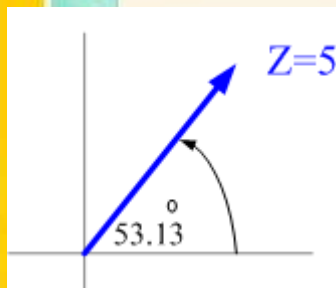
เฉลยข้อที่ 1



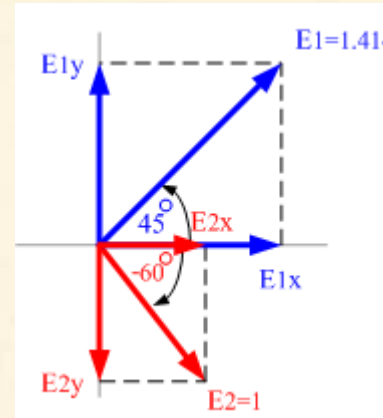
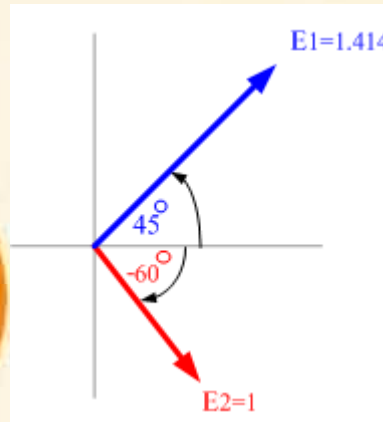
เฉลยข้อที่ 2



เฉลยข้อที่ 3

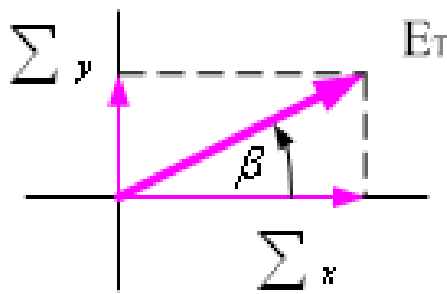


เฉลยข้อที่ 4



$$\begin{aligned}
 E1x &= E1 \cos 45^\circ = 1.414 \cos 30^\circ = 1.414 \times 0.707 = 1 \text{ V} \\
 E1y &= E1 \sin 45^\circ = 1.414 \sin 30^\circ = 1.414 \times 0.707 = 1 \text{ V} \\
 E2x &= E2 \cos (-60^\circ) = 1 \cos(-60^\circ) = 1 \times 0.5 = 0.5 \text{ V} \\
 E2y &= E2 \sin (-60^\circ) = 1 \sin(-60^\circ) = 1 \times (-0.866) = -0.866 \text{ V}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Sigma x &= E1x + E2x = 1 + 0.5 = 1.5 \text{ V} \\
 \Sigma y &= E1y + (E2y) = 1 + (-0.866) = 1.866 \text{ V}
 \end{aligned}$$



$$E_T = \sqrt{(\Sigma x)^2 + (\Sigma y)^2} = \sqrt{(1.5)^2 + (1.866)^2} = 2.39 \text{ V}$$

$$\beta = \tan^{-1} \frac{\Sigma x}{\Sigma y} = \tan^{-1} \frac{1.5}{1.866} = 38.79^\circ$$