บทที่2.4 ไดเวอร์เจนซ์(Divergence)

2.4.1 ไดเวอร์เจนซ์และ Del operator

จากสมการ $\left(\frac{\partial Dx}{\partial x}+\frac{\partial Dy}{\partial y}+\frac{\partial Dz}{\partial z}\right)\Delta v \equiv \oint_S \vec{D}\cdot d\vec{s} = Q$

จะได้ $\frac{\partial Dx}{\partial x}+\frac{\partial Dy}{\partial y}+\frac{\partial Dz}{\partial z} \equiv \frac{\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{s}}{\Delta v} \equiv \frac{Q}{\Delta v}$

เมื่อ Δv มีค่าน้อยมาก จนเกือบเป็นศูนย์ ค่าที่ได้จะเป็นค่าจริงไม่ใช่ค่าประมาณ อีกต่อไป ดังนั้น

$$\frac{\partial Dx}{\partial x}+\frac{\partial Dy}{\partial y}+\frac{\partial Dz}{\partial z} = \lim_{\Delta v\to 0}\frac{\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{s}}{\Delta v} = \lim_{\Delta v\to 0}\frac{Q}{\Delta v}$$

เทอม $\lim_{\Delta v\to 0}\frac{\oint_S \vec{D}d\vec{s}}{\Delta v}$ เรียกว่า “ ไดเวอร์เจนซ์ ของ $\vec{D}$ ” : $div\,..\vec{D}$

และ $\lim_{\Delta v\to 0}\frac{Q}{v}$ คือความหนาแน่นประจุต่อหน่วยปริมาตร ρ

ดังนั้น $\boxed{div\,..\vec{D} = \frac{\partial Dx}{\partial x}+\frac{\partial Dy}{\partial y}+\frac{\partial Dz}{\partial z} = \rho}$

โดยที่ “ ไดเวอร์เจนซ์ของความหนาแน่นฟลักซ์สนามไฟฟ้า($div\,..\vec{D}$) หมายถึง ปริมาตรฟลักซ์สนามไฟฟ้าต่อหน่วยปริมาตรที่พุ่งผ่านผิวปิดของปริมาตรเล็กๆ ไปได้ โดยปริมาตรของผิวปิดมีค่าน้อยมากจนเกือบเป็นศูนย์ “

จากสมการของ $div\,..\vec{D}$ จะเห็นว่า $div\,..\vec{D}$ เป็นปริมาณสเกลาร์ เช่นเดียวกับ dot Product ของเวกเตอร์ 2 เวกเตอร์ ในขณะที่ $\vec{D}$ เป็นเวกเตอร์ จึงน่าจะมีเวกเตอร์ อื่นที่ dot กับ $\vec{D}$ แล้วได้ผลเป็น $\frac{\partial Dx}{\partial x}+\frac{\partial Dy}{\partial y}+\frac{\partial Dz}{\partial z}$ ซึ่งได้แก่ **del operator** ; ∇

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\cdot\vec{a}_x + \frac{\partial}{\partial y}\cdot\vec{a}_y + \frac{\partial}{\partial z}\cdot\vec{a}_z$$

$$\because \nabla\cdot\vec{D} = \left(\frac{\partial}{\partial x}\cdot\vec{a}_x + \frac{\partial}{\partial y}\cdot\vec{a}_y + \frac{\partial}{\partial z}\cdot\vec{a}_z\right)\cdot\left(Dx\vec{a}_x + Dy\vec{a}_y + Dz\vec{a}_z\right)$$

$$= \frac{\partial Dx}{\partial x}+\frac{\partial Dy}{\partial y}+\frac{\partial Dz}{\partial z}$$

$$\boxed{\therefore\quad div\,..\vec{D} = \nabla\cdot\vec{D} = \frac{\partial Dx}{\partial x}+\frac{\partial Dy}{\partial y}+\frac{\partial Dz}{\partial z} \qquad \text{: ระบบพิกัดฉาก}}$$

เนื่องจาก ∇ ไม่มีรูปแบบจำเพาะในระบบพิกัดอื่นเมื่อพิจารณาในระบบพิกัดทรงกระบอก หรือพิกัดทรงกลม จึงต้องพิจารณาทั้ง $\nabla \cdot \vec{D}$ สมการของ $div\ ..\vec{D}$ หรือ $\nabla \cdot \vec{D}$ ในระบบพิกัดทรงกระบอก หรือทรงกลม หาได้ในทำนองเดียวกับ การหากฎของเกาส์ สำหรับปริมาตรดิฟเฟอเรนเชียล เพียงแต่เปลี่ยน ปริมาตรดิฟเฟอเรนเชียลให้อยู่ในระบบพิกัด ทรงกระบอก หรือทรงกลมเท่านั้น ผลที่ได้คือ

$$div\ ..\vec{D} = \nabla \cdot \vec{D} = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \cdot (rD_r) + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial D_\phi}{\partial \varphi} + \frac{\partial D_Z}{\partial z}$$: ระบบพิกัดทรงกระบอก

$$div\ ..\vec{D} = \nabla \cdot \vec{D} = \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 D_r\right) + \frac{1}{r \sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta}(\sin\theta) + \frac{1}{r \sin\theta} \cdot \frac{\partial D_\phi}{\partial \phi}$$: ระบบพิกัดทรงกลม

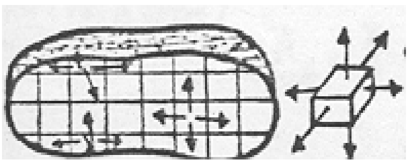
2.4.2 ทฤษฎีไดเวอร์เจนซ์ (Divergence Theorem)

$$\because \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q = \int_v \rho dv \quad \text{และ} \quad \nabla \cdot \vec{D} = \rho$$

ดังนั้น $$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = \int_v \left(\nabla \cdot \vec{D}\right) dv$$

ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ ของ Surface integral กับ Volume integral ตามทฤษฎีไดเวอร์เจนซ์ ซึ่งมีใจความว่า **“ อินทิกรัลของสนามเวกเตอร์ใดๆ ในแนวเส้นปกติตามพื้นผิวปิดมีค่าเท่ากับอินทิกรัลของไดเวอร์เจนซ์ของสนามเวกเตอร์นั้น ตลอดปริมาตรที่ล้อมรอบด้วยพื้นผิวปิดนั้น”**

ความสัมพันธ์ตามสมการ $\oint_s \vec{D} d\vec{s} = \int_v \nabla \cdot \vec{D} \cdot dv$ อาจพิจารณาได้ง่ายๆ จากรูป ปริมาตร V ล้อมรอบด้วยพื้นที่ S แบ่งออกเป็นปริมาตรเล็กๆ ΔV ที่แต่ละพื้นผิวของปริมาตรเล็กๆ ΔV จะมีฟลักซ์พุ่งออกสู่ปริมาตรเล็กๆ ที่อยู่ใกล้เคียงหมด ยกเว้นปริมาตรเล็กๆ ที่อยู่ที่ผิวนอก ดังนั้นผลรวมของไดเวอร์เจนซ์ ของความหนาแน่นฟลักซ์ตลอดปริมาตร จะเท่ากับ ปริมาณฟลักซ์สุทธิ ที่พุ่งผ่านผิวปิดไป



2.4.3 สมการที่หนึ่งของ Maxwell (ไฟฟ้าสถิตย์)

จาก $$div\ ..\vec{D} = \lim_{\Delta v \to 0} \frac{\oint_s \vec{D} \cdot d\vec{s}}{\Delta v} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

$$div\ ..\vec{D} = \frac{\partial Dx}{\partial x} + \frac{\partial Dy}{\partial y} + \frac{\partial Dz}{\partial z} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

$$div..\vec{D} = \rho \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(3)$$

สมการที่(1) เป็นคำจำกัดความของ divergence สมการที่(2) เป็นผลการประยุกต์จากคำจำกัดความ กับส่วนปริมาตร ดิเฟอเรนเชียลในระบบพิกัดฉาก สมการที่(3) เป็นการเขียนในเทอมของ ρ

จากกฎของเกาส์ $\oint_s D \cdot ds = Q$

คิดต่อหน่วยปริมาตร $\dfrac{\oint_s Dds}{\Delta v} = \dfrac{Q}{\Delta v}$

เมื่อ ปริมาตร (ΔV) หดตัวลงเข้าใกล้ศูนย์ $\lim_{\Delta v \to 0} \dfrac{\oint Dds}{\Delta v} = \lim_{\Delta v \to 0} \dfrac{Q}{\Delta v}$

ทางซ้ายมือเป็น $div..\vec{D}$ และทางขวามือเป็นความหนาแน่นประจุเชิงปริมาตร ดังนั้น

$\boxed{div..\vec{D} = \rho}$ ……******* **Maxell's First Equation********

สมการนี้เป็นสมการแรกใน 4 สมการของ Maxell's Equation เกี่ยวกับ Electrostatics และ steady magnetics field ซึ่งแสดงให้เห็นว่า electric flux ต่อหน่วยปริมาตรวิ่งออกจากหน่วยปริมาตรเล็กๆ จะเท่ากับ ความหนาแน่นประจุเชิงปริมาตร ณ ที่นั้น สมการนี้เรียกว่า point form of Gauss's law กฎของเกาส์ กล่าวถึง ฟลักซ์ที่ออกจากผิวปิดใดๆ ไปยังประจุภายใน และสมการที่หนึ่งของแมกซ์เวลล์ กล่าวถึงรูปแบบสมการดิฟเฟอเรนเชียล ของ Gauss's law และในทางกลับกัน Gauss's law ก็เป็น integral form ของ Maxell's First Equation

ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่า $div..\vec{A}$ ที่ X = 1 เมื่อกำหนดให้สนามเวกเตอร์ $\vec{A} = 5x^2\left(\sin\frac{\pi x}{2}\right)\vec{a}_x$

วิธีทำ จาก $div..\vec{A} = \dfrac{\partial Ax}{\partial x} + \dfrac{\partial Ay}{\partial y} + \dfrac{\partial Az}{\partial z}$

จากโจทย์มีเฉพาะค่า Ax $\therefore div..\vec{A} = \dfrac{\partial}{\partial x}\left(5x^2 \sin\dfrac{\pi x}{2}\right)$

$$= 5x^2\left(\cos\frac{\pi x}{2}\right)\cdot\frac{\pi}{2} + 10x\sin\frac{\pi x}{2}$$

$$= \frac{5}{2}\pi x^2\cos\frac{\pi x}{2} + 10x\sin\frac{\pi x}{2}$$

เมื่อ $div..\vec{A}\Big|_{x=1} = 10$ **……………………..ตอบ**

ตัวอย่างที่ 2 จงหาค่าของ $div..\vec{A}$ ที่ $\left(\frac{1}{2},\frac{\pi}{2},0\right)$ ในระบบพิกัดทรงกระบอก สนามเวกเตอร์ถูกกำหนดโดย $\vec{A} = r\sin\phi\vec{a}_r + r^2\cos\phi\vec{a}_\phi + 2re^{-5z}\cdot\vec{a}_z$

วิธีทำ $div..\vec{A} = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r}\left(r^2\sin\phi\right) + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial\phi}\left(r^2\cos\phi\right) + \dfrac{\partial}{\partial z}\left(2re^{-5z}\right)$

$$= 2\sin\phi - r\sin\phi - 10re^{-5z}$$

$$div..\vec{A}\Big|_{(1/2,\pi/2,0)} = 2\sin\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}\sin\frac{\pi}{2} - 10\left(\frac{1}{2}\right)e^{0}$$

$$= \ ....$$

$= -7/2$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 3 จงหาค่าของ $div..\vec{A}$ ในระบบพิกัดทรงกลม สนามเวกเตอร์ถูกกำหนดโดย

$$\vec{A} = \left(5/r^2\right)\sin\theta\vec{a}_r + r\cot\theta\vec{a}\theta + r\sin\theta\cos\phi\vec{a}\phi$$

วิธีทำ

$$div..\vec{A} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(5\sin\theta\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(r\sin\theta\cot\theta\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(r\sin\theta\cos\phi\right)$$

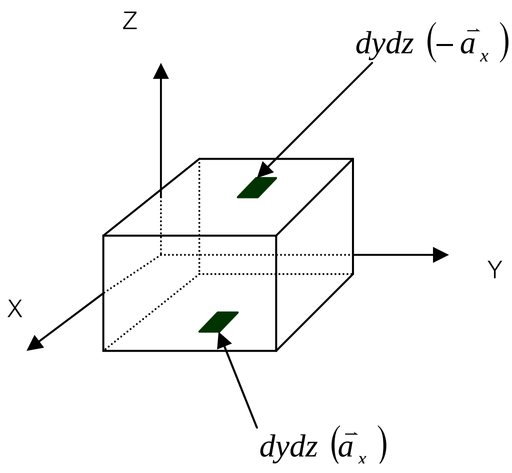
$$div..\vec{A} = \ ......$$

$$div..\vec{A} = \ ......$$

$div..\vec{A} = -1 - \sin\phi$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 4 จงพิสูจน์ทฤษฎีไดเวอร์เจนซ์สำหรับปริมาตรภายในผิวปิดรูปลูกบาศก์ ปริมาตร 1 หน่วย ดังรูปโดย ความหนาแน่นฟลักซ์ $\vec{D} = x\vec{a}_x$

วิธีทำ



เนื่องจาก $\vec{D}$ มีทิศตั้งฉากกับ 2 พื้นผิว $\left(\vec{D}\cdot d\vec{s} = Dds\right)$ และขนานกับ 4 พื้นผิว $\left(\vec{D}\cdot ds = 0\right)$

$$\therefore \quad \oint_s \vec{D}\cdot d\vec{s} = \int_{-1/2}^{1/2}\int_{-1/2}^{1/2}\left(x\vec{a}_x\right)dydz\,\vec{a}_x - \int_{-1/2}^{1/2}\int_{-1/2}^{1/2} x\vec{a}_x\,dydz\left(-\vec{a}_x\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left\{[y]_{-1/2}^{1/2}[z]_{-1/2}^{1/2} + [y]_{-1/2}^{1/2}[z]_{-1/2}^{1/2}\right\} = 1$$ **ตอบ 1**

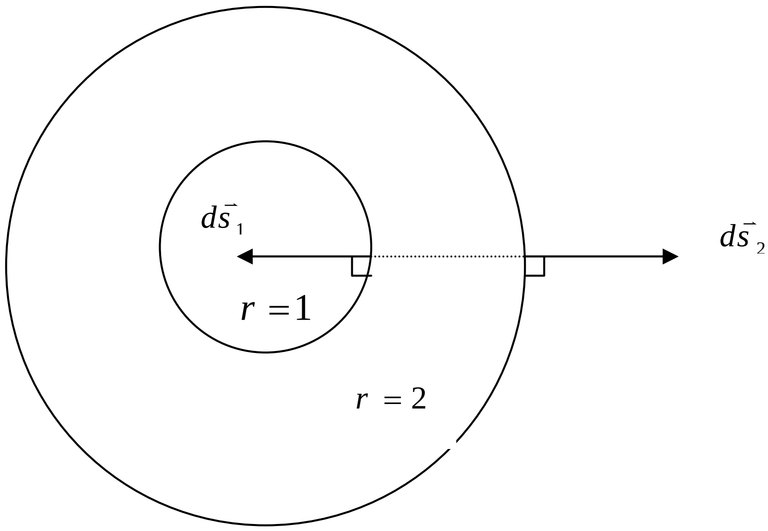
และจาก $\nabla \cdot \vec{D} = \frac{\partial}{\partial x}Dx + \frac{\partial}{\partial y}Dy + \frac{\partial}{\partial z}Dz$

$$= \frac{\partial}{\partial x}(x) = 1$$

$$\therefore \quad \int_v (\nabla \cdot \vec{D}) dv = \int_{-1/2}^{1/2}\int_{-1/2}^{1/2}\int_{-1/2}^{1/2}(1) dxdydz$$

$$= [x]_{-1/2}^{1/2}[y]_{-1/2}^{1/2}[z]_{-1/2}^{1/2} = 1$$ ....**ตอบ 2**

ตัวอย่างที่ 5 จงพิสูจน์ทฤษฎีไดเวอร์เจนซ์สำหรับภายในบริเวณ $r = 1$ และ $r = 2$ ในระบบพิกัดทรงกลมที่มีความหนาแน่นฟลักซ์ไฟฟ้า $\vec{D} = \left(\frac{5}{4}r^2\right)\vec{a}_r$



วิธีทำ

$$\oint_s \vec{D} \cdot d\vec{s} = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\left(\frac{5}{4}r^2\right)\vec{a}_r\left(r^2 \sin\theta d\theta d\phi\right)\vec{a}_r + \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\left(\frac{5}{4}r^2\right)\vec{a}_r\left(r^2 \sin\theta d\theta d\phi\right)\left(-\vec{a}_r\right)$$

$$= \frac{5}{4}(2)^4(4\pi) - \frac{5}{4}(1)^4(4\pi) = 80\pi - 5\pi = 75\pi$$ **ตอบ 1**

และ $\nabla \cdot \vec{D} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial r^2}{\partial r}\left(\frac{5}{4}r^2\right) = \frac{5}{4r^2}\frac{\partial r^4}{\partial r} = \frac{5}{4r^2}\left(4r^3\right) = 5r$

$$\therefore \int_v (\nabla \cdot \vec{D}) dv = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\int_0^{2}(5r)\left(r^2 \sin\theta dr d\theta d\phi\right)$$

$= ......$

$= \ldots\ldots.$

$= \ldots\ldots..$

$$= \; 5\left(\frac{r^4}{4}\right)_1^2 \left(-\cos\theta\right)_0^{\pi}\left(\phi\right)_0^{2\pi}$$

$$= \; \frac{5}{4}(16-1)(2)(2\pi)$$

$$= \; 75\pi$$ ………………….. **ตอบ 2 เท่ากัน**

ตัวอย่างที่ 6 กำหนด $\vec{D} = \frac{100xy}{z^2+1}\vec{a}_x + \frac{50x^2}{(z^2+1)^2}\vec{a}_y - \frac{100x^2yz}{(z^2+1)^2}\vec{a}_z \ldots.. C/m^2$ จงหาประจุทั้งหมดภายในทรงกลมเล็กๆ รัศมี 1μm ซึ่งมีจุดรัศมีศูนย์กลางอยู่ที่

(ก) (5,8,1) (ข) (0,10,-2)

วิธีทำ จาก $Q = \left(\frac{\partial Dx}{\partial x} + \frac{\partial Dy}{\partial y} + \frac{\partial Dz}{\partial z}\right)\Delta v$

$$= \left[\frac{100y}{z^2+1} + 0 - 100x^2y\left(\frac{1}{z^2+1} - \frac{4z^2}{(z^2+1)^3}\right)\right]\Delta v$$

$$= \left[\frac{100y}{z^2+1} - 100x^2y\left(\frac{-3z^2+1}{(z^2+1)^3}\right)\right]\Delta v$$

$$= \; 100y\left[\frac{1}{z^2+1} - x^2\left(\frac{1-3z^2}{(z^2+1)^3}\right)\right]\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)$$

(ก) ณ จุด (5,8,1)

$$Q = 800\left[\frac{1}{2} - 25\,\frac{(-3+1)}{8}\right]\frac{4}{3}\pi\left(10^{-6}\right)^3$$

$$= 800\left[\frac{4+50}{8}\right]\left(\frac{4}{3}\pi\right)\times 10^{-18} = 2.26\times 10^{-14} \ldots.. C$$ **ตอบ**

(ข) ณ จุด (0,10,-2)

$$Q = 1000\left[\frac{1}{5}\right]\left(\frac{4}{3}\pi\right)\times 10^{-18} = 8.38\times 10^{-16} \ldots. C$$ **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 7 กำหนด $\vec{D} = 20xy^3z^4\vec{a}_x + 30x^2y^2z^4\vec{a}_y + 40x^2y^3z^3\vec{a}_z \ldots. C/m^2$

ณ จุดใดในบริเวณ $0 \leq X \leq 3$; $0 \leq Y \leq 3$; $0 \leq Z \leq 3$ ที่มีฟลักซ์สนามไฟฟ้าพุ่งเข้าผ่านปริมาตร 10^{-10} m^3 ไปมากที่สุด และจงหาค่าของ $\Delta\psi$ max

วิธีทำ

จาก ψmax = Qmax = $\left(\frac{\partial Dx}{\partial x} + \frac{\partial Dy}{\partial y} + \frac{\partial Dz}{\partial x}\right)\Delta v$

$$= \left(20y^3z^4 + 60x^2yz^4 + 120x^2y^3z^2\right) \times 10^{-10} \ldots.. c$$

จากสมการนี้ จะได้ Qmax ที่ จุด (3,3,3) และ Qmin ที่จุด (0,0,0)

ณ จุด (3,3,3) จะมีฟลักซ์พุ่งผ่านมากที่สุด

โดย ψmax = Qmax = $3^7\left(20 + 60 + 120\right) \times 10^{-10}$

= 43.74 μC

และ ψmin = Qmin =0

$\therefore \Delta\psi$max = ψmax-ψmin = 43.74 μC **ตอบ**

ตัวอย่างที่ 8 จงหาสมการของความหนาแน่นประจุต่อหน่วยปริมาตรที่ทำให้เกิดสนามไฟฟ้าต่อไปนี้ (ก) $\vec{D} = e^{4x}e^{-5y}e^{-2z}\left(2\vec{a}_x - 2.5\vec{a}_y - \vec{a}_z\right)$

(ข) $\vec{D} = e^{-2z}\left(2r\phi\vec{a}_r + r\vec{a}_\phi - 2r^2\phi\vec{a}_z\right)$

(ค) $\vec{D} = 2r\sin\theta\sin\phi\vec{a}_r + \left(\frac{1}{r} + r\right)\cos\theta\sin\phi\vec{a}\theta + \left(\frac{1}{r} + r\right)\cos\phi\vec{a}_\phi$

วิธีทำ (ก) จาก $\rho = div..\vec{D}$ $= 8e^{4x}e^{-5y}e^{-2z} + 12.5e^{4x}e^{-5y}e^{-2z} + 2e^{4x}e^{-5y}e^{-2z}$

$$= e^{4x}e^{-5y}e^{-2z}\left(8 + 12.5 + 2\right)$$

$$= 22.5e^{4x}e^{-5y}e^{-2z}$$ **ตอบ**

(ข) จาก $\rho = div..\vec{D}$ $= \frac{1}{r}\frac{\partial r}{\partial r}\left(e^{-2z}\right)\left(2r\phi\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(r\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(-2r^2\phi\right)$

$$= \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}e^{-2z}\left(2r^2\phi\right)$$

$$= \frac{2}{r}e^{-2z}\phi\left(2r\right) = 4\phi e^{-2z}$$

$$= 4\phi e^{-2z} + 4\phi e^{-2z}r^2$$

$= 4\phi e^{-2z}\left(1 + r^2\right)$ ……………….**ตอบ**

(ค)

$$\rho=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}r^2\left(2r\ \sin\theta\sin\phi\right)+\frac{1}{r\ \sin\theta}\frac{\partial}{\partial}\sin\theta\left(\frac{1}{r}+r\right)\cos\ \theta\sin\phi+\frac{1}{r\ \sin\theta}\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\frac{1}{r}+r\right)\cos\ \phi$$

$$=6\sin\theta\sin\phi+\frac{1}{r^2\ \sin\theta}\left(1+r^2\right)\sin\phi\cos\ 2\theta-\frac{\left(1+r^2\right)\sin\phi}{r^2\ \sin\theta}$$

$$=6\sin\theta\sin\phi+\frac{\left(r^2\ +1\right)\sin\phi}{r^2\ \sin\theta}\left(\cos\ 2\theta-1\right)$$ ....**ตอบ**

แบบฝึกหัดท้ายบท

1. จงหาไดเวอร์เจนซ์ ของสนามเวกเตอร์ต่อไปนี้ที่จุดกำเนิด

(ก) $\vec{A}=2e^{3x}\ \sin 5y\vec{a}_x\ -2e^{3x}\ \cos\ 5y\vec{a}_y\ +3ze^{4z}\vec{a}_z$

(ข) $\vec{r}\ =r\vec{a}_r$ ในระบบพิกัดทรงกระบอก

(ค) $\vec{r}\ =r\vec{a}_r$ ในระบบพิกัดทรงกลม

คำตอบ (ก) $16e^{3x}\ \sin 5y\ +3e^{4z}\ +12ze^{4z}\ ...div\ ..\vec{A}=3..;\ \left(0,0,0\right)$

(ข) 2 (ค) 3

2. จงหา $div\ ..\vec{D}$ ณ จุดที่กำหนดโดย

(ก) $\vec{D}=4x^3y^3z^2\vec{a}_x\ +3x^4y^2z^2\vec{a}_y\ +2x^4y^3z\vec{a}_z$ ที่จุด (1,2,3)

(ข) $\vec{D}=z\ \sin\phi\vec{a}_r\ +z\ \cos\ \phi\vec{a}_\phi\ +r\ \sin\phi\vec{a}_z$ ที่ จุด (2,π/2,3)

(ค) $\vec{D}=\frac{\sin\theta}{r}\vec{a}_r\ +\frac{\cos\ \theta\left(\ln r\right)}{r}\vec{a}_\theta$ ที่ จุด $\left(2,\pi/2,\pi/2\right)$

คำตอบ $988\ ...C\ /\ m^3\ ...;..\ 0...;...\ 0.0767\ ...C\ /\ m^3$

3. ประจุชนิดจุด 25μC วางอยู่ที่ Origin จงคำนวนหาฟลักซ์ไฟฟ้า:

(ก) ทรงกลม ที่มี $r\ =20...cm\ ....\theta=0..\acute{a}\AA\DH..\pi\ \ ;\ \phi=0..\acute{a}\AA\DH..\pi/2..\left(\psi=\oint_s Dds\right)$

(ข) ผิวปิด ที่ $\rho=0.8m\ ..;\ z\ =\pm 0.5m\ ..\left(\psi=\oint Dds\ ;..D\ =\frac{\rho_L}{2\pi\rho}\cdot\vec{a}_\rho\right)$

(ค) ระนาบ Z = 4m $\left(\psi=D\ =\frac{\rho_s}{2}\vec{a}_n\right)$

4. กำหนดให้ $\vec{D}=\left(8x\ +4x^3\right)\vec{a}_x\ -2z\vec{a}_y\ +2z\vec{a}_z\ ....C\ /\ m^2$ จงใช้กฎของเกาส์ หา ประจุทั้งหมด ภายในลูกบากศ์ : $-a\angle x\ ,y\ ,z\angle a...\left(\rho=\nabla D.;.Q\ =\int_v\rho dv\right)$

5. กำหนดให้ $\vec{D} = \left(10xyz^2 + 4x\right)\vec{a}_x + 5x^2z^2\vec{a}_y + 10x^2yz\vec{a}_z \ldots.nC/m^2$

(ก) จงหาประจุภายในทั้งหมด ในลูกบาศก์ที่มีปริมาตร 10^{-10} m^3 วางอยู่ที่ (2,3,4)

$(Q = \nabla D \cdot \Delta V)$

(ข) มีฟลักซ์ไฟฟ้าออกจากปริมาตรนี้เท่าใด

คำตอบ $60.4 \times 10^{-18} \ldots C \ldots ; \ldots \psi = Q = 60.4 \times 10^{-18} \ldots.C$

6. ความหนาแน่นฟลักซ์ไฟฟ้า $\vec{D} = 10r^3\vec{a}_r \ldots C/m^2$ ในย่าน $0 \le r \le 1m$

(ก) จงหา $\rho_v ..at..r = 0.4m..\left(\rho_v = \nabla \cdot \vec{D}\right)$

(ข) จงหา $D_r ..at..r = 4m$

(ค) จงหาประจุทั้งหมดที่บรรจุอยู่ภายใน ย่าน $0 \le r \le 0.4m \ldots.\left(Q = \oint_s Dds\right)$

(ง) ถ้า $\rho_v = 0$ สำหรับ $r >$ 1m จงหา Dr สำหรับ $r >$ 1m

คำตอบ $8 \ldots C/m^3 \ldots ; \ldots 0.64 \ldots C/m^3 \ldots ;.. 1.287 \ldots C \ldots ; \ldots D_r = \dfrac{10}{r^2} \ldots.C/m^3$